Hoofdstuk 6 – Goniometrie

Opstap Stelling van Pythagoras en tangens

0-1a

zijde	*kwadraat*
DE = 12	144
DF = 30	900 +
BF = ?	1044

$BF = \sqrt{1044}$

$BF = 32{,}3$ cm

b

zijde	*kwadraat*
KL = 30	900
LM = 15	225 +
KM = ?	1125

$KM = \sqrt{1125}$

$KM = 33{,}5$ cm

zijde	*kwadraat*
ST = 20	400
TW = ?	225 +
SW = 25	625

$TW = \sqrt{225}$

$TW = 15$ cm

0-2a In $\triangle ABC$ is BC de langste zijde.

b De aanliggende rechthoekszijde van $\angle B$ is AB.

c De overstaande rechthoekszijde van $\angle B$ is AC.

d $\tan\angle B = \dfrac{AC}{AB}$

$\tan\angle B = \frac{5}{4} = 1{,}25$

$\angle B = 51°$

e $\tan\angle L = \dfrac{KM}{LM}$

$\tan\angle L = \frac{4{,}5}{6{,}5} = 0{,}692$

$\angle L = 35°$

0-3a De tangens van de hellingshoek is

$\dfrac{optrede}{aantrede} = \frac{10}{30} = 0{,}333.$

De hellingshoek is 18°.

b Van deze trap is de aantrede hetzelfde als bij de trap in opdracht a. De optrede is echter 2 cm groter en dat betekent dat de trap met een optrede van 12 cm steiler is dan de trap in opdracht a.

c De tangens van de hellingshoek is

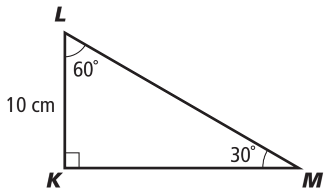
$\dfrac{optrede}{aantrede} = \frac{12}{30} = 0{,}4$

De hellingshoek is 22°.

0-4a $\tan 35° = \dfrac{?}{21}$

b Het vraagteken staat op de plaats van de 6 in het ezelsbruggetje, dus $6 = 2 \times 3$.
Er moet hier worden vermenigvuldigd.
hoogte $= 21 \times \tan 35° = 14{,}7$
De hoogte van het gebouw is 15 meter.

0-5a



b $\tan 60° = \dfrac{KM}{KL} = \dfrac{KM}{10}$

c Je moet vermenigvuldigen om de lengte van KM te berekenen.

d $KM = 10 \times \tan 60° = 17{,}3$ cm

0-6a $\tan 40° = \dfrac{CS}{JS} = \dfrac{CS}{45}$

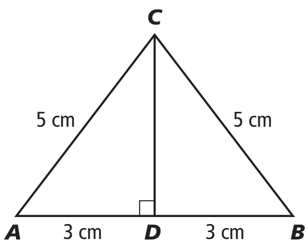
$CS = 45 \times \tan 40° = 37{,}8$ m

b $\tan 8° = \dfrac{DS}{JS} = \dfrac{DS}{45}$

$DS = 45 \times \tan 8° = 6{,}3$ m

c De hoogte van de toren is $37{,}8 \text{ m} + 6{,}3 \text{ m} \approx 44$ m.

0-7a



b Je gaat de grootte van $\angle A$ met behulp van de tangens berekenen. De tangens kun je alleen gebruiken in een rechthoekige driehoek. Je moet er dus voor zorgen dat $\angle A$ in een rechthoekige driehoek voorkomt.

c

zijde	*kwadraat*
$AD = 3$	9
$CD = ?$	16 +
$AC = 5$	25

$CD = \sqrt{16}$

$CD = 4$ cm

d $\tan\angle A = \dfrac{CD}{AD}$

$\tan\angle A = \frac{4}{3} = 1{,}333$

$\angle A = 53°$

6-1 Sinus

1a De lift legt tussen Montana en Rothorn een afstand van 3200 meter af.

b Het hoogteverschil is 800 meter.

c

zijde	*kwadraat*
$BR = 800$	640 000
$BM = ?$	9 600 000 +
$MR = 3200$	10 240 000

$BM = \sqrt{9\,600\,000} = 3098{,}4$

De horizontale afstand is ongeveer 3098 meter.

d $\tan\angle M = \dfrac{BR}{BM}$

$\tan\angle M = \frac{800}{3098}$

$\angle M = 14°$

2a $\sin\angle M = \dfrac{BR}{MR}$

$\sin\angle M = \frac{800}{3200}$

b $\angle M = 14°$

c De antwoorden zijn hetzelfde.

3a De overstaande rechthoekszijde van $\angle A$ is BC.

b De langste zijde in $\triangle ABC$ is AC.

c $\sin\angle A = \dfrac{BC}{AC}$

$\sin\angle A = \frac{5}{13}$

d $\angle A = 23°$

4a $\sin\angle P = \dfrac{QR}{PR}$

$\sin\angle P = \frac{4}{8}$

$\angle P = 30°$

b $\sin\angle K = \dfrac{LM}{KM}$

$\sin\angle K = \frac{52}{90}$

$\angle K \approx 35°$

c De overstaande rechthoekszijde van $\angle A$ is BC.

d $\sin\angle A = \dfrac{BC}{AB}$

$\sin\angle A = \frac{24}{26}$

$\angle A \approx 67°$

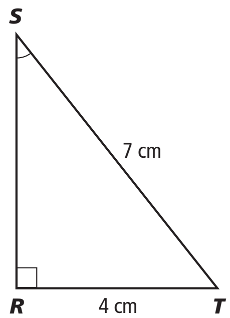
e $\tan\angle A = \dfrac{BC}{AC}$

$\tan\angle A = \frac{24}{10}$

$\angle A \approx 67°$

Je krijgt hetzelfde antwoord.

5a



b Zijde RT is de overstaande rechthoekszijde van $\angle S$.

c Zijde ST is de langste zijde.

d $\sin\angle S = \dfrac{RT}{ST}$

$\sin\angle S = \frac{4}{7}$

$\angle S \approx 35^\circ$

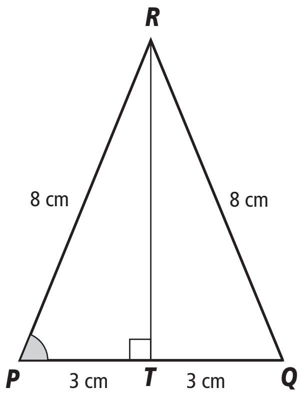
6a De glijhoek bereken je het gemakkelijkst met de tangens omdat je de overstaande en de aanliggende rechthoekszijde weet.

b $\tan(glijhoek) = \frac{10}{90}$

$glijhoek \approx 6^\circ$

7a In $\triangle PQR$ komt geen rechte hoek voor. Je kunt dus niet spreken over een overstaande of aanliggende rechthoekszijde in deze driehoek.

b



c $\sin\angle PRT = \dfrac{PT}{PR}$

$\sin\angle PRT = \frac{3}{8}$

$\angle PRT \approx 22^\circ$

$\angle R \approx 44^\circ$

d In $\triangle PRT$ geldt $\angle P = 180^\circ - 90^\circ - 22^\circ = 68^\circ$

6-2 Cosinus

8a Voor zowel de tangens als de sinus heb je de overstaande rechthoekszijde nodig. Die weet je in dit geval niet.

b

zijde	*kwadraat*
$AB = 12$	144
$BC = ?$	9,76 +
$AC = 12{,}4$	153,76

$BC = \sqrt{9{,}76}$

$BC = 3{,}12$ cm

$\sin\angle A = \dfrac{BC}{AC}$

$\sin\angle A = \frac{3{,}12}{12{,}4}$

$\angle A \approx 15^\circ$

9a De aanliggende rechthoekszijde van $\angle A$ is AB.

b Zijde AC is de langste zijde.

c $\cos\angle A = \dfrac{AB}{AC}$

$\cos\angle A = \frac{5}{13}$

$\angle A \approx 67^\circ$

d $\tan\angle A = \dfrac{BC}{AB}$

$\tan\angle A = \frac{12}{5}$

$\angle A \approx 67^\circ$

Je vindt dus hetzelfde antwoord als in opdracht 9c.

10 $\cos\angle P = \dfrac{PR}{PQ}$

$\cos\angle P = \frac{3}{5}$

$\angle P \approx 53^\circ$

$\tan\angle K = \dfrac{LM}{KL}$

$\tan\angle K = \frac{8}{15}$

$\angle K \approx 28^\circ$

$\cos\angle D = \dfrac{DE}{DF}$

$\cos\angle D = \frac{45}{75}$

$\angle D \approx 53^\circ$

$\cos\angle B = \dfrac{BC}{AB}$

$\cos\angle B = \frac{10}{26}$

$\angle B \approx 67^\circ$

11 $\cos(\mathit{hellingshoek}) = \dfrac{\textit{aanliggende rechthoekszijde}}{\textit{langste zijde}}$

$\cos(\mathit{hellingshoek}) = \frac{395}{400}$

$\mathit{hellingshoek} \approx 9^\circ$

12a $PQ = 9 - 3 = 6$ m

b $\cos\angle P = \dfrac{PQ}{PR}$

$\cos\angle P = \frac{6}{8}$

$\angle P \approx 41^\circ$

c Je kunt deze vraag op drie manieren beantwoorden: met behulp van de sinus, de tangens of de stelling van Pythagoras.

$\tan\angle P = \dfrac{QR}{PQ}$

$\tan 41^\circ = \dfrac{QR}{6}$

$QR = 6 \times \tan 41^\circ = 5{,}3$

De afstand van het punt R van de arm tot het wegdek is $5{,}3 + 2 = 7{,}3$ m.

13a $\cos(\textit{kijkhoek zeilboot}) = \dfrac{\textit{aanliggende rechthoekszijde}}{\textit{langste zijde}}$

$\cos(\textit{kijkhoek zeilboot}) = \frac{40}{145}$

De vuurtorenwachter ziet de zeilboot onder een hoek van 74°.

b $\cos(\textit{kijkhoek bootje}) = \dfrac{\textit{aanliggende rechthoekszijde}}{\textit{langste zijde}}$

$\cos(\textit{kijkhoek bootje}) = \frac{40}{106}$

De vuurtorenwachter ziet het rode bootje onder een hoek van 68°.

14a $BE = (150 - 75) : 2 = 75 : 2 = 37{,}5$ cm. Je maakt hierbij gebruik van de symmetrie van de tafel.

b $\cos\angle B = \dfrac{BE}{BC}$

$\cos\angle B = \frac{37{,}5}{75}$

$\angle B \approx 60^\circ$

c

zijde	*kwadraat*
BE = 37,5	1406,25
CE = ?	4218,75 +
BC = 75	5625

$CE = \sqrt{4218{,}75} = 64{,}95$

De breedte van de tafel is 65 cm.

d De oppervlakte van de tafel is

$(37{,}5 \times 65 : 2) + (75 \times 65) + (37{,}5 \times 65 : 2) = 7312{,}5\ \text{cm}^2$.

6-3 Sinus, cosinus of tangens

15a Gezien vanuit $\angle A$ is BC de overstaande rechthoekszijde.

b AC is de langste zijde.

c Je kunt het beste de sinus gebruiken.

d $\sin\angle A = \dfrac{BC}{AC}$

$\sin\angle A = \frac{8}{17}$

$\angle A \approx 28^\circ$

16a Vanuit $\angle D$ gezien is zijde CD de aanliggende rechthoekszijde en vanuit $\angle D$ gezien is zijde DE de langste zijde.

b Je kunt $\angle D$ met de cosinus berekenen.

c $\cos\angle D = \dfrac{CD}{DE}$

$\cos\angle D = \frac{4}{12}$

$\angle D \approx 71^\circ$

17a Vanuit $\angle M$ gezien is zijde KL de overstaande rechthoekszijde en vanuit $\angle M$ gezien is zijde KM de langste zijde.

b Je kunt het beste de sinus gebruiken.

c $\sin\angle M = \dfrac{KL}{KM}$

$\sin\angle M = \frac{8}{9{,}4}$

$\angle M \approx 58^\circ$

18a In $\triangle BKL$ is BK de aanliggende rechthoekszijde en BL de langste zijde.
In $\triangle ADE$ is AE de aanliggende rechthoekszijde en DE de overstaande rechthoekszijde.

b In $\triangle BKL$ gebruik je de cosinus en in $\triangle ADE$ de tangens.

c $\cos\angle B = \dfrac{BK}{BL}$

$\cos\angle B = \frac{6}{8}$

$\angle B \approx 41^\circ$

$\tan\angle A = \dfrac{DE}{AE}$

$\tan\angle A = \frac{5}{9}$

$\angle A \approx 29^\circ$

19 $\cos\angle K = \dfrac{a}{l}$

$\cos\angle K = \frac{7}{11}$

$\angle K \approx 50^\circ$

$\sin\angle L = \dfrac{o}{l}$

$\sin\angle L = \frac{5}{8}$

$\angle L \approx 39^\circ$

$\sin\angle M = \dfrac{o}{l}$

$\sin\angle M = \frac{3}{10}$

$\angle M \approx 17^\circ$

$\tan\angle N = \dfrac{o}{a}$

$\tan\angle N = \frac{9}{5}$

$\angle N \approx 61^\circ$

20a Je weet de aanliggende rechthoekszijde van de gevraagde hoek en de langste zijde.
Je moet de cosinus gebruiken.

$\cos(hoek) = \dfrac{afstand\ tot\ het\ huis}{lengte\ van\ de\ ladder}$

$\cos(hoek) = \frac{2{,}5}{7}$

De gevraagde hoek is 69°.

b De hoek is niet groter dan 75° en dus is er aan het veiligheidsvoorschrift voldaan.

21a DS is de helft van DB, dus $DS = 3{,}2 : 2 = 1{,}6$ m.

zijde	kwadraat
$DS = 1{,}6$	2,56
$CS = ?$	1,44 +
$CD = 2$	4

$CS = \sqrt{1{,}44}$

$CS = 1{,}2$ m $= 120$ cm

b $\cos(\textit{halve hoek } D) = \dfrac{DS}{CD}$

$\cos(\textit{halve hoek } D) = \frac{1{,}6}{2}$

$\textit{halve hoek } D \approx 36{,}9^\circ$

De grootte van $\angle D$ is $2 \times 36{,}9^\circ = 73{,}8^\circ$.

c Als je $\angle A$ kleiner maakt worden de hoeken B en D groter. Diagonaal BD wordt kleiner en diagonaal AC wordt groter. Het platform gaat dus omhoog.

6-4 Zijden berekenen

22a In de tangens komt de hoogte van de toren voor als de overstaande rechthoekszijde van $\angle K$. Verder weet je de lengte van de aanliggende rechthoekszijde.

b $\tan\angle K = \dfrac{\textit{hoogte van de toren}}{100}$

c Je moet hier vermenigvuldigen.

d $\textit{hoogte toren} = 100 \times \tan 25^\circ$

De hoogte van de toren is afgerond op hele meters 47 meter.

23a Vanuit $\angle M$ gezien is KL de overstaande rechthoekszijde.

b Vanuit $\angle M$ gezien is KM de langste zijde.

c Kies voor de sinus.

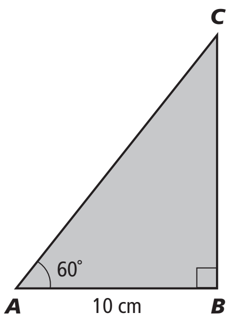
$\sin\angle M = \dfrac{KL}{KM}$

$\sin 65^\circ = \dfrac{9}{KM}$

$KM = 9 : \sin 65^\circ = 9{,}9$

De lengte van KM is 9,9 cm.

24a



b $\cos\angle A = \dfrac{AB}{AC}$

$\cos 60^\circ = \dfrac{10}{AC}$

$AC = 10 : \cos 60^\circ = 20$

De lengte van AC is 20 cm.

25 $\tan\angle B = \dfrac{AC}{AB}$

$\tan 32^\circ = \dfrac{AC}{8}$

$AC = 8 \times \tan 32^\circ = 5{,}0$

$AC = 5{,}0$ cm

$\cos\angle E = \dfrac{DE}{EF}$

$\cos\angle E = \dfrac{12}{13}$

$\angle E = 23^\circ$

De som van de hoeken in $\triangle GHI$ is 180°.

Dus $\angle G = 180^\circ - 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$

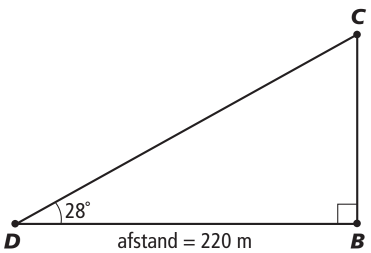
$\sin\angle I = \dfrac{GH}{GI}$

$\sin 72^\circ = \dfrac{5}{GI}$

$GI = 5 : \sin 72^\circ \approx 5{,}3$

$GI = 5{,}3$ cm

26a



b $\tan\angle D = \dfrac{\textit{hoogte toren}}{\textit{afstand}}$

$\tan 28^\circ = \dfrac{\textit{hoogte toren}}{220}$

$\textit{hoogte toren} = 220 \times \tan 28^\circ = 116{,}98$

De toren is $116{,}98 + 1{,}78 \approx 119$ m hoog.

27 Bereken de lengte van BC met behulp van de sinus van $\angle B$.

$\sin\angle B = \dfrac{AC}{BC}$

$\sin 14^\circ = \dfrac{40}{BC}$

$BC = 40 : \sin 14^\circ \approx 165{,}3$ m

De kabel van 150 m is dus niet lang genoeg.

28a De hoek tussen het dak en de muur is 112º. De hoek tussen de zoldervloer en de muur is 90º.
De hoek tussen de zoldervloer en het dak is $112^\circ - 90^\circ = 22^\circ$.

b In $\triangle CID$ geldt

$\sin\angle C = \dfrac{DI}{CD}$

$\sin 22^\circ = \dfrac{DI}{4{,}5}$

$DI = 4{,}5 \times \sin 22^\circ \approx 1{,}69$

De zolder is 1,69 m hoog.

c Voor $\angle E$ in $\triangle DEG$ geldt dat $\angle E = 155^\circ - 90^\circ = 65^\circ$.

$\cos\angle E = \dfrac{EG}{DE}$

$\cos 65^\circ = \dfrac{2}{DE}$

$DE = 2 : \cos 65^\circ = 4{,}73$

Dakdeel DE is 473 cm.

d $EG = AF = 2$ m

$BF = CI$

$\cos\angle C = \dfrac{CI}{CD}$

$\cos 22^\circ = \dfrac{CI}{4{,}5}$

$CI = 4{,}5 \times \cos 22^\circ = 4{,}17$

Het huis is $200 + 417 = 617$ cm breed.

ICT Tangens, sinus en cosinus

I-1ab -

I-2 -

I-3a/e -

I-4 -

I-5 -

I-6a/c -

I-7a/c -

I-8a/c -

I-9ab -

6-5 Hoogtelijn-methode

29a In de driehoek zijn twee hoeken van 40º. De driehoek is dus gelijkbenig en een gelijkbenige driehoek is lijnsymmetrisch.

b $\tan 40^\circ = \dfrac{\textit{hoogte dak}}{\textit{helft van de breedte van de schuur}}$

$\tan 40^\circ = \dfrac{\textit{hoogte dak}}{9}$

$\textit{hoogte dak} = 9 \times \tan 40^\circ \approx 7{,}55$

De hoogte van het dak is 7,55 m.

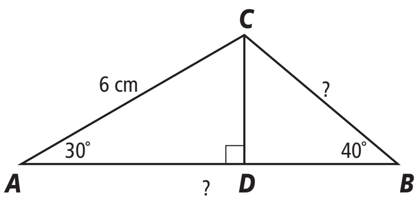
c $\cos 40^\circ = \dfrac{\textit{helft van de breedte}}{\textit{lengte dak}}$

$\cos 40^\circ = \dfrac{9}{\textit{lengte dak}}$

$\textit{lengte dak} = 9 : \cos 40^\circ = 11{,}75$

Een golfplaat moet 11,75 + 0,20 = 11,95 lang zijn.

30ab



c $\sin 30^\circ = \dfrac{CD}{AC}$

$\sin 30^\circ = \dfrac{CD}{6}$

$CD = 6 \times \sin 30^\circ = 3$ cm

$\cos 30^\circ = \dfrac{AD}{AC}$

$\cos 30^\circ = \dfrac{AD}{6}$

$AD = 6 \times \cos 30^\circ \approx 5{,}2$ cm

d $\sin 40^\circ = \dfrac{CD}{BC}$

$\sin 40^\circ = \dfrac{3}{BC}$

$BC = 3 : \sin 40^\circ \approx 4{,}67$ cm

$BC = 4{,}7$ cm

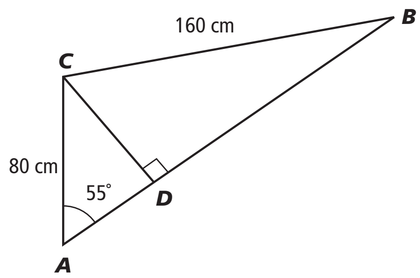
$\cos 40^\circ = \dfrac{BD}{BC}$

$\cos 40^\circ = \dfrac{BD}{4{,}7}$

$BD = 4{,}7 \times \cos 40^\circ \approx 3{,}6$ cm

e $AB = AD + BD = 5{,}2 + 3{,}6 = 8{,}8$ cm

31a



b $\sin\angle A = \dfrac{CD}{AC}$

$\sin 55^\circ = \dfrac{CD}{80}$

$CD = 80 \times \sin 55^\circ \approx 65{,}5$

De lengte van de hoogtelijn is 66 cm.

c $\sin\angle B = \dfrac{CD}{BC}$

$\sin\angle B = \dfrac{65{,}5}{160}$

$\angle B \approx 24^\circ$

32a Er is van de driehoek maar één zijde bekend. Michiel deelt die zijde in twee stukken. Je weet niet hoe lang AF en BF zijn. In elk geval is F niet het midden, want de driehoek is niet gelijkbenig. Met de tekening van Michiel kom je niet verder.

b In de tekening van Sandra geldt:

$\sin 60^\circ = \dfrac{AD}{AB}$

$\sin 60^\circ = \dfrac{AD}{4}$

$AD = 4 \times \sin 60^\circ \approx 3{,}5$ dm

In de tekening van Irene geldt:

$\sin 50^\circ = \dfrac{BE}{AB}$

$\sin 50^\circ = \dfrac{BE}{4}$

$BE = 4 \times \sin 50^\circ \approx 3{,}1$ dm

c Met de tekening van Sandra kun je in één keer de lengte van AC berekenen. Bij Irene moet je AE en EC berekenen en dan optellen.

$\sin 70^\circ = \dfrac{AD}{AC}$

$\sin 70^\circ = \dfrac{3{,}5}{AC}$

$AC = 3{,}5 : \sin 70^\circ \approx 3{,}7$ dm

In de tekening van Irene geldt:

$\sin 70^\circ = \dfrac{BE}{BC}$

$\sin 70^\circ = \dfrac{3{,}1}{BC}$

$BC = 3{,}1 : \sin 70^\circ \approx 3{,}3$ dm

33a

BD is de gevraagde hoogtelijn.

b In $\triangle BCD$ geldt:

$\sin 30^\circ = \frac{BD}{BC}$

$\sin 30^\circ = \frac{BD}{40}$

$BD = 40 \times \sin 30^\circ = 20$ mijl

In $\triangle ABD$ geldt:

$\sin\angle A = \frac{BD}{AB}$

$\sin\angle A = \frac{20}{120}$

$\angle A \approx 10^\circ$

c $\tan\angle A = \frac{BD}{AD}$

$\tan 10^\circ = \frac{20}{AD}$

$AD = 20 : \tan 10^\circ = 113{,}4$ mijl

$\tan 30^\circ = \frac{BD}{CD}$

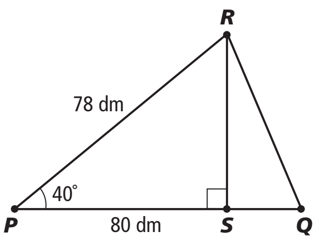
$\tan 30^\circ = \frac{20}{CD}$

$CD = 20 : \tan 30^\circ = 34{,}6$ mijl

$AC = AD + CD = 113{,}4 + 34{,}6 = 148$ mijl.

d De kapitein heeft $160 - 148 = 12$ mijl omgevaren.

34a



b $\sin 40^\circ = \frac{RS}{PR}$

$\sin 40^\circ = \frac{RS}{78}$

$RS = 78 \times \sin 40^\circ \approx 50{,}1$ dm

De oppervlakte van $\triangle PQR$ is $80 \times 50{,}1 : 2 = 2004$ dm^2.

Test jezelf

T-1/T-8 Zie de antwoorden in je boek.

Extra oefening

E-1 $\sin\angle B = \dfrac{AC}{BC}$

$\sin\angle B = \frac{3}{7}$

$\angle B \approx 25^\circ$

$\sin\angle E = \dfrac{DF}{DE}$

$\sin\angle E = \frac{8}{20}$

$\angle E \approx 24^\circ$

$\sin\angle K = \dfrac{LM}{KM}$

$\sin\angle K = \frac{4}{5}$

$\angle K \approx 53^\circ$

E-2a In $\triangle ABC$ is AC de langste zijde.

b De aanliggende rechthoekszijde van $\angle A$ is AB.

c $\cos\angle A = \dfrac{AB}{AC}$

$\cos\angle A = \frac{12}{20}$

$\angle A \approx 53^\circ$

d $\tan\angle A = \dfrac{AB}{AC}$

$\tan\angle A = \frac{16}{12}$

$\angle A \approx 53^\circ$

E-3a Van $\triangle PQR$ weet je de overstaande rechthoekszijde en de langste zijde.
Je gebruikt de sinus.
Van $\triangle KLM$ weet je de aanliggende rechthoekszijde en de langste zijde.
Je gebruikt de cosinus.
Van $\triangle ABC$ weet je de overstaande rechthoekszijde en de aanliggende rechthoekszijde.
Je gebruikt de tangens.

b $\sin\angle P = \frac{3}{7{,}5}$

$\angle P \approx 24^\circ$

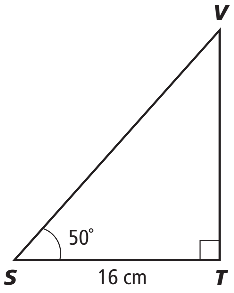
$\cos\angle L = \frac{4}{7}$

$\angle L \approx 55^\circ$

$\tan\angle B = \frac{7}{4}$

$\angle B \approx 60^\circ$

E-4a



b $\cos\angle S = \dfrac{ST}{SV}$

$\cos 50^\circ = \dfrac{16}{SV}$

$SV = 16 : \cos 50^\circ \approx 24{,}9$ cm

E-5 In $\triangle KLM$ geldt:

$\sin\angle K = \frac{7}{14}$

$\angle K = 30^\circ$

$\angle M = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$\cos\angle K = \dfrac{KL}{KM}$

$\cos 30^\circ = \dfrac{KL}{14}$

$KL = 14 \times \cos 30^\circ \approx 12{,}1$ cm

In $\triangle PQR$ geldt:

$\angle Q = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

$\sin\angle R = \dfrac{PQ}{QR}$

$\sin 50^\circ = \dfrac{PQ}{15}$

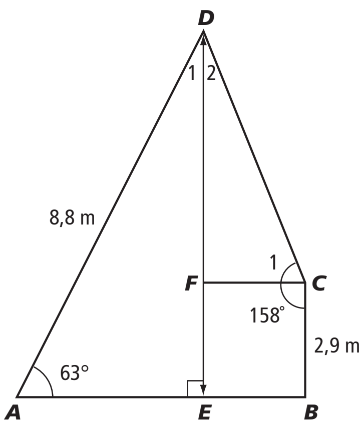
$PQ = 15 \times \sin 50^\circ \approx 11{,}5$ cm

$\cos\angle R = \dfrac{PR}{QR}$

$\cos 50^\circ = \dfrac{PR}{15}$

$PR = 15 \times \cos 50^\circ \approx 9{,}6$ cm

E-6a



In $\triangle AED$ geldt:

$\sin 63^\circ = \dfrac{DE}{AD}$

$\sin 63^\circ = \dfrac{DE}{8{,}8}$

$DE = 8{,}8 \times \sin 63^\circ \approx 7{,}84$

De hoogte van het huis is 784 cm.

b In $\triangle CDF$ geldt:
$\angle C_1 = 158^\circ - 90^\circ = 68^\circ$
$\angle D_2 = 180^\circ - 90^\circ - 68^\circ = 22^\circ$
In $\triangle ADE$ geldt:
$\angle D_1 = 180^\circ - 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ$
De hoek tussen de dakvlakken is $22^\circ + 27^\circ = 49^\circ$.

c In $\triangle CDF$ geldt:
$DF = DE - EF = 7{,}8 - 2{,}9 = 4{,}9$ m

$\tan\angle D_2 = \dfrac{CF}{DF}$

$\tan 22^\circ = \dfrac{CF}{4{,}9}$

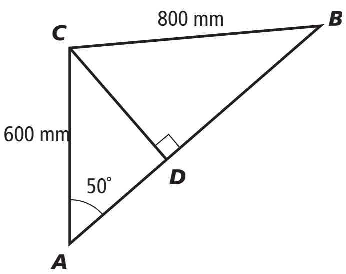
$CF = 4{,}9 \times \tan 22^\circ \approx 1{,}98$ m
In $\triangle AED$ geldt:

$\cos 63^\circ = \dfrac{AE}{AD}$

$\cos 63^\circ = \dfrac{AE}{8{,}8}$

$AE = 8{,}8 \times \cos 63^\circ \approx 4{,}00$
$AB = AE + EB = 4{,}00 + 1{,}98 = 5{,}98$
De breedte van het huis is 598 cm.

E-7a



b In $\triangle ADC$ geldt:

$\sin 50^\circ = \dfrac{CD}{AC}$

$\sin 50^\circ = \dfrac{CD}{600}$

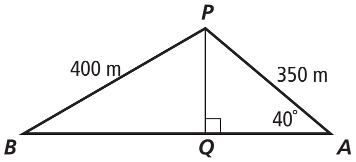
$CD = 600 \times \sin 50^\circ \approx 459{,}6$
De lengte van de hoogtelijn is 460 mm.

c $\sin\angle B = \dfrac{CD}{BC}$

$\sin\angle B = \dfrac{460}{800}$

$\angle B \approx 35^\circ$

E-8 Maak eerst een schets van de driehoek ABP met daarin de hoogtelijn PQ.



$\cos\angle A = \dfrac{AQ}{AP}$

$\cos 40^\circ = \dfrac{AQ}{350}$

$AQ = 350 \times \cos 40^\circ \approx 268{,}1$ m

$\sin\angle A = \dfrac{PQ}{AP}$

$\sin 40^\circ = \dfrac{PQ}{350}$

$PQ = 350 \times \sin 40^\circ \approx 225{,}0$ m

In $\triangle BPQ$ geldt:

zijde	*kwadraat*
BQ = ?	109 375
PQ = 225,0	50 625 +
BP = 400	160 000

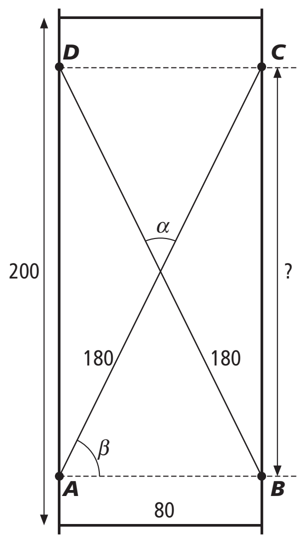
$BQ = \sqrt{109375} \approx 330{,}7$

$AB = AQ + QB = 268{,}1 + 330{,}7 = 598{,}8$

De afstand van A naar B is 599 m.

Verwerken en toepassen

V-1a



In $\triangle ACD$ geldt de stelling van Pythagoras:

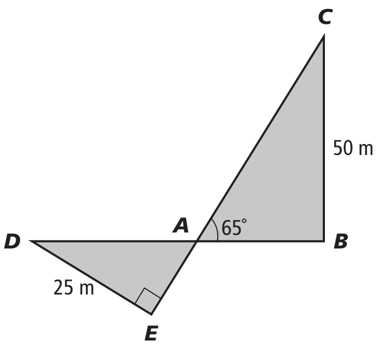
zijde	*kwadraat*
AD = ?	26 000
CD = 80	6400+
AC = 180	32 400

$AD = \sqrt{26\,000} = 161{,}2$
De afstand tussen de gaten is 161,2 cm.
Er is dus $200 - 161{,}2 = 38{,}8$ cm over.
De schroefgaten moeten op elke staander $38{,}8 : 2 = 19{,}4$ cm van de bovenkant en de onderkant worden geboord.

b $\angle A_1$ is de tophoek van de gelijkbenige driehoek met CD als basis.
$\cos\angle C = \dfrac{CD}{AC}$
$\cos\angle C = \frac{80}{180}$
$\angle C \approx 64°$
Er geldt $\angle C = \angle D = 64°$
$\angle A_1 = 180° - 64° - 64° = 52°$

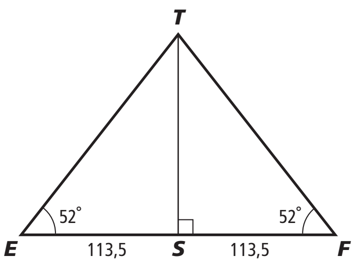
c De vier hoeken bij punt A zijn 52°, 128°, 52° en 128°.

V-2



In $\triangle ABC$ geldt:
$\sin\angle A = \dfrac{BC}{AC}$
$\sin 65° = \dfrac{50}{AC}$
$AC = 50 : \sin 65° \approx 55{,}17$ m
In $\triangle ADE$ geldt:
$\tan\angle A = \dfrac{DE}{AE}$
$\tan 65° = \dfrac{25}{AE}$
$AE = 25 : \tan 65° \approx 11{,}66$ m
$AC + AE = 55{,}17 + 11{,}66 = 66{,}83$ m
De vangrail is 668 dm lang.

V-3a



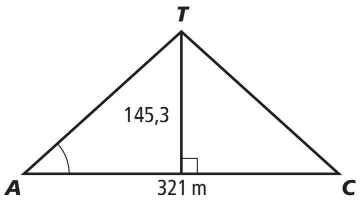
b $\tan\angle TEF = \dfrac{TS}{ES}$

$\tan 52^\circ = \dfrac{TS}{113{,}5}$

$TS = 113{,}5 \times \tan 52^\circ \approx 145{,}3$

De hoogte van de piramide is 145 meter.

c



d Met de stelling van Pythagoras bereken je eerst de lengte van de diagonaal AC van het grondvlak van de piramide.

zijde	*kwadraat*
AB = 227	51 529
BC = 227	51 529 +
AC = ?	103 058

$AC = \sqrt{103\,058} \approx 321{,}0$

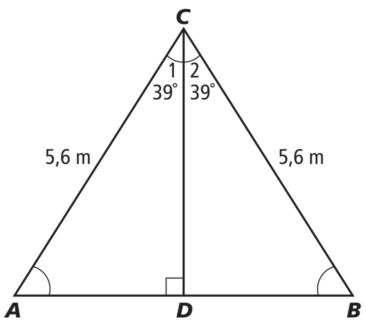
$AS = \frac{1}{2} \times AC = \frac{1}{2} \times 321 = 160{,}5$

$\tan\angle TAC = \dfrac{TS}{AS}$

$\tan\angle TAC = \dfrac{145{,}3}{160{,}5}$

$\angle TAC \approx 42^\circ$

V-4a



$\cos\angle C_1 = \dfrac{CD}{AC}$

$\cos 39^\circ = \dfrac{CD}{5{,}6}$

$CD = 5{,}6 \times \cos 39^\circ \approx 4{,}35$

De hoogte van de zolderverdieping is 435 cm.

b De hoogte van het huis is 580 + 435 = 1015 cm.

c $\sin\angle C_1 = \dfrac{AD}{AC}$

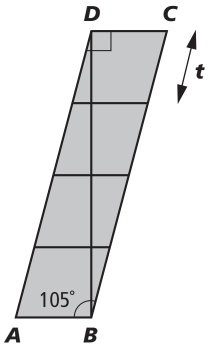
$\sin 39^\circ = \dfrac{AD}{5{,}6}$

$AD = 5{,}6 \times \sin 39^\circ \approx 3{,}52$

De breedte van het huis is 2 × 352 = 704 cm.

d De oppervlakte van $\triangle ABC$ is $7{,}04 \times 4{,}35 : 2 = 15{,}3$ m^2.
De inhoud van de zolderverdieping is $15{,}3 \times 7{,}5 = 114{,}75$ m^3.
De inhoud van de benedenverdiepingen is $7{,}5 \times 7{,}0 \times 5{,}8 = 304{,}5$ m^3.
De inhoud van het huis is $114{,}75 + 304{,}5 = 419{,}3$ m^3.

V-5a



In de tekening hierboven wordt de hoek bij punt B verdeeld in een hoek van 90º en een hoek van 15º.
In $\triangle BCD$ geldt:

$\cos\angle B = \dfrac{BD}{BC}$

$\cos 15^\circ = \dfrac{114}{BC}$

$BC = 114 : \cos 15^\circ \approx 118{,}02$
$t = 118{,}02 : 4 = 29{,}51$
De lengte van t is 295 decimeter.

b $\tan\angle B = \dfrac{CD}{BD}$

$\tan 15^\circ = \dfrac{CD}{114}$

$CD = 114 \times \tan 15^\circ \approx 30{,}5462$
Er geldt $CD = AB$. De breedte AB van het gebouw is 305 decimeter.

c De oppervlakte van $ABCD$ is $AB \times BD = 30{,}5462 \times 114 = 3482{,}267$ m^2.
De inhoud van het gebouw is $opp.\ ABCD \times diepte = 3482{,}267 \times 60 = 208\,936$ m^3.

d De afstand tussen de twee torens aan de bovenkant is $142 - (2 \times 30{,}5462) = 81$ meter.

Rekenen 7

R-1a $4{,}07 + 18{,}63 + 25{,}1 = 47{,}8$
b $6{,}78 + 1{,}02 - 3{,}5 = 4{,}3$
c $48{,}69 + 0{,}603 + -79{,}4 = -30{,}107$
d $57{,}1 - 36{,}66 + 8{,}5 = 28{,}94$
e $854{,}22 + 638{,}55 - 0{,}02 = 1492{,}75$
f $-8{,}7 + 3{,}6 - 9{,}47 = -14{,}57$
g $0{,}7 + 1{,}77 - 7{,}11 + 1{,}17 = -3{,}47$
h $84{,}6 - 29 + 3{,}406 = 59{,}006$

R-2a

gram noten	400	1	720
prijs in euro's	4,80	0,012	8,64

De prijs voor 720 gram noten is € 8,64.

b

gram noten	400	1	460	1240
prijs in euro's	4,80	0,012	5,52	14,88

De prijs van 460 gram noten is € 5,52.
De prijs van 1240 gram noten is € 14,88.

R-3 De oppervlakte van driehoek A is $7 \times 5 : 2 = 17{,}5$ cm^2.
De oppervlakte van driehoek B is $120 \times 80 : 2 = 4800$ cm^2.
De oppervlakte van driehoek C is $30 \times 42 : 2 = 630$ cm^2.

R-4a

afstand in m	6	360	21 600
tijd in seconden	1	60	3600

6 m/s komt overeen met 21,6 km/uur.

b

afstand in m	35	2100	126 000
tijd in seconden	1	60	3600

35 m/s komt overeen met 126 km/uur.

c

afstand in m	62	3720	223 200
tijd in seconden	1	60	3600

62 m/s komt overeen met 223,2 km/uur.

d

afstand in m	103	6180	370 800
tijd in seconden	1	60	3600

103 m/s komt overeen met 370,8 km/uur.

R-5a

afstand in m	30 000	500	8,33
tijd in seconden	3600	60	1

30 km/uur komt overeen met 8,3 m/s.

b

afstand in m	45 000	750	12,5
tijd in seconden	3600	60	1

45 km/uur komt overeen met 12,5 m/s.

c

afstand in m	110 000	1833,33	30,56
tijd in seconden	3600	60	1

110 km/uur komt overeen met 30,6 m/s.

R-6a

aantal leerlingen	720	1	315
procenten	100	...	43,75

315 leerlingen van totaal 720 leerlingen is 43,8%.

b

aantal euro's	450	1	78,20
procenten	100	...	17,38

78,20 euro van totaal 450 euro is 17,4%.

c

aantal kilometers	42,198	1	25
procenten	100	...	59,24

25 km van totaal 42,198 km is 59,2%.

d

aantal uren	36	1	15
procenten	100	...	41,67

15 uur van totaal 36 uur is 41,7%.

Oefenopdrachten werkboek

1 In $\triangle ABC$ geldt: $\sin\angle A = \dfrac{BC}{AB}$

$\sin 18^\circ = \dfrac{BC}{45}$

$BC = 45 \times \sin 18^\circ = 13{,}9$

In $\triangle DEF$ geldt: $\cos\angle F = \dfrac{EF}{DF}$

$\cos\angle F = \frac{22}{40} = 0{,}55$

$\angle F = 57^\circ$

In $\triangle GHI$ geldt: $\cos\angle G = \dfrac{GI}{GH}$

$\cos 38^\circ = \dfrac{261}{GH}$

$GH = 261 : \cos 38^\circ = 331{,}2$

2 Voor het berekenen van de hellingshoeken van de kabelbanen kun je het handigst de sinus gebruiken.

Kabelbaan Montana-Barzettes:

$\sin \textit{hellingshoek} = \frac{750}{2500} = 0{,}3$

De hellingshoek is 17º.

Kabelbaan Les Violettes:

$\sin \textit{hellingshoek} = \frac{750}{3200} = 0{,}234$

De hellingshoek is 14º.

Kabelbaan Montana:

$\sin \textit{hellingshoek} = \frac{200}{560} = 0{,}357$

De hellingshoek is 21º.

3a De lengte van LM bereken je met behulp van de stelling van Pythagoras.

lengte	*kwadraat*
$KL = 100$	10 000
$KM = 180$	32 400 +
$LM = ?$	42 400

$LM = \sqrt{42\,400} = 205{,}9$

De afstand van punt L tot punt M is 206 meter.

b In $\triangle LMT$ geldt: $\tan\angle L = \dfrac{MT}{LM} = \dfrac{60}{206} = 0{,}291$

De kijkhoek waaronder Luuk vanaf punt L de top van de toren ziet, is 16º.

4a De voet van de vuurtoren, de plaats van de zeilboot en de positie van de vuurtorenwachter vormen een rechthoekige driehoek.

$\tan 74^\circ = \dfrac{\textit{afstand zeilboot}}{40}$

$\textit{afstand zeilboot} = 40 \times \tan 74^\circ = 139$ meter

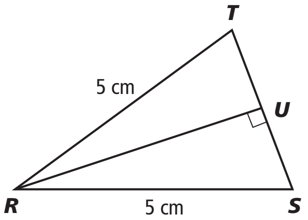
b Voor de roeiboot geldt:

$\tan 68^\circ = \dfrac{\textit{afstand roeiboot}}{40}$

$\textit{afstand roeiboot} = 40 \times \tan 68^\circ = 99$ meter

De afstand tussen de twee boten is $139 - 99 = 40$ meter.

5ab



c In $\triangle RSU$ geldt $\sin 20^\circ = \dfrac{SU}{RS} = \dfrac{SU}{5}$

$SU = 5 \times \sin 20^\circ = 1{,}7$

$ST = 2 \times 1{,}7 = 3{,}4$ cm

6 Als Jim een droge landing wil maken, moet hij met zijn hangglider een horizontale afstand van 120 meter + 24 meter = 144 meter afleggen.

In de tekening geldt:

$\tan 84^\circ = \dfrac{afstand}{15}$

$afstand = 15 \times \tan 84^\circ = 142{,}7$

Jim haalt de 144 meter dus net niet.

7 Maak een schets van driehoek KLM.

Trek de loodlijn LN uit punt L op KM.

In driehoek LMN geldt:

$\sin 49^\circ = \dfrac{LN}{570}$

$LN = 570 \times \sin 49^\circ = 430{,}2$

$\cos 49^\circ = \dfrac{MN}{570}$

$MN = 570 \times \cos 49^\circ = 374$

$NK = 630 - 374 = 256$

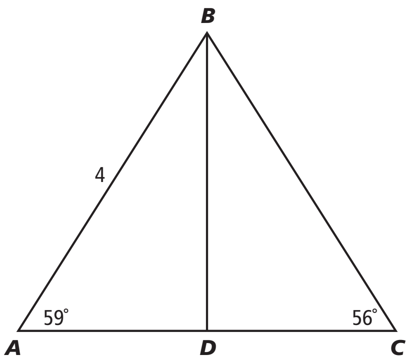
In driehoek KLN kan de lengte van KL berekend worden met behulp van de stelling van Pythagoras.

lengte	*kwadraat*
$LN = 430{,}2$	185 072
$NK = 256$	65 536 +
$KL = ?$	250 608

$KL = \sqrt{250\,608} = 500{,}6$

De afstand van K naar L is 501 meter.

8a



b $\cos\angle A = \dfrac{AD}{AB}$

$\cos 59^\circ = \dfrac{AD}{4}$

$AD = 4 \times \cos 59^\circ = 2{,}06$ km

$\sin\angle A = \dfrac{BD}{AB}$

$\sin 59^\circ = \dfrac{BD}{4}$

$BD = 4 \times \sin 59^\circ = 3{,}43$ km

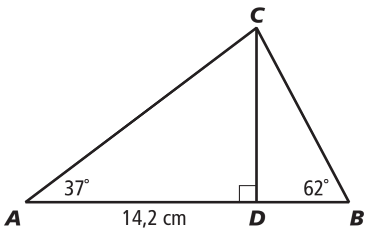
$\tan\angle C = \dfrac{BD}{DC}$

$\tan 56^\circ = \dfrac{3{,}43}{DC}$

$DC = 3{,}43 : \tan 56^\circ = 2{,}31$ km

$AC = AD + DC = 2{,}1 + 2{,}3 = 4{,}4$ km

9a



b In $\triangle ADC$ geldt $\cos 37^\circ = \dfrac{14{,}2}{AC}$

$AC = 14{,}2 : \cos 37^\circ = 17{,}8$ cm

$\tan 37^\circ = \dfrac{CD}{14{,}2}$

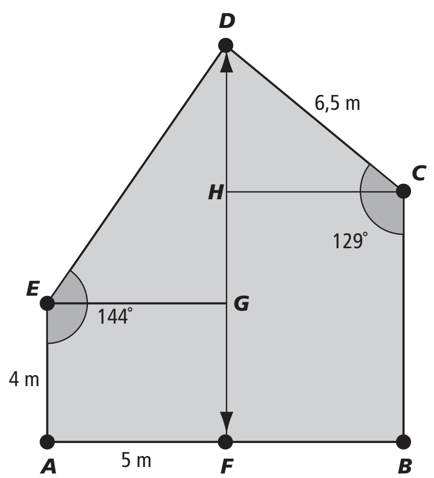
$CD = 14{,}2 \times \tan 37^\circ = 10{,}7$ cm

c De beide hoeken bij punt C zijn 53º en 28º.

d In $\triangle BCD$ geldt $\sin 62^\circ = \dfrac{CD}{BC} = \dfrac{10{,}7}{BC}$

$BC = 10{,}7 : \sin 62^\circ = 12{,}1$ cm

10a



In $\triangle DEG$ geldt $\tan\angle E = \frac{DG}{EG}$

$\tan 54^\circ = \frac{DG}{5}$

$DG = 5 \times \tan 54^\circ = 6{,}88$

$DF = DG + GF = 6{,}88 + 4 = 10{,}88$

De hoogte van het huis is 1088 cm.

b In $\triangle CDH$ geldt $\cos\angle C = \frac{CH}{CD}$

$\cos 39^\circ = \frac{CH}{6{,}5}$

$CH = 6{,}5 \times \cos 39^\circ = 5{,}05$

$AB = AF + FB = 5 + 5{,}05 = 10{,}05$

De breedte van het huis is 1005 cm.