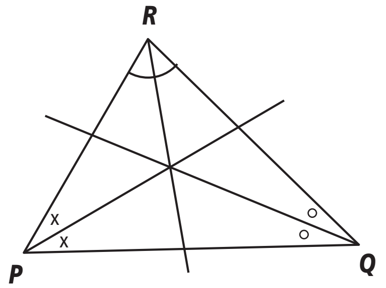
Hoofdstuk 2 – Vlakke meetkunde

Opstap Deellijn, hoogtelijn, samen 180° en samen 360°

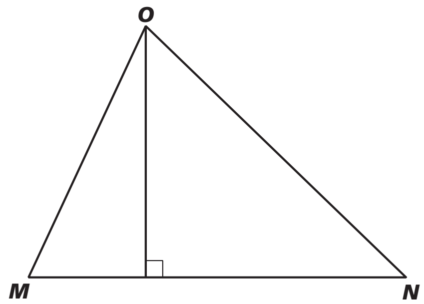
0-1a $\angle P = 60^\circ$

bc



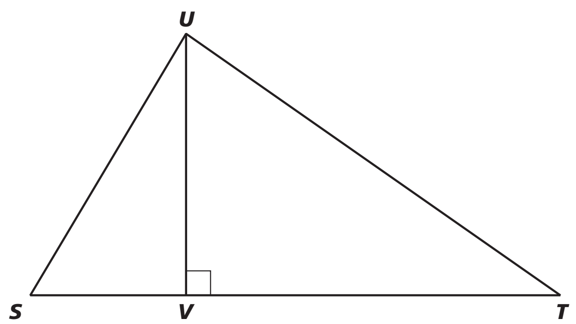
d De drie deellijnen van de driehoek gaan inderdaad door één punt.

0-2a



b Zie opdracht O-2a.

0-3a

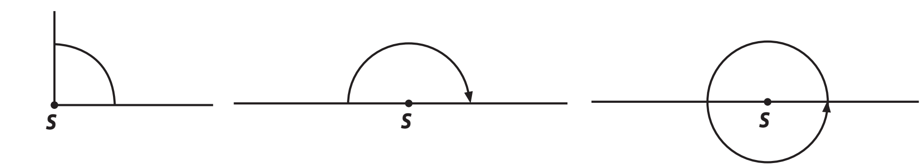


b UV is de hoogtelijn op zijde ST.

c De lengte van UV is 3,5 cm.
De oppervlakte van $\triangle STU$ is $7 \times 3{,}5 : 2 = 12{,}25$ cm^2.

d Niet iedereen zal dezelfde hoogtelijn hebben gebruikt. Voor de berekende oppervlakte mag dat geen verschil maken.

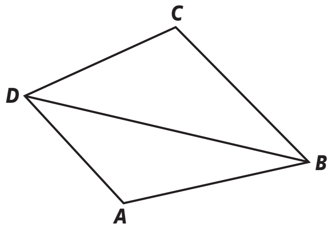
0-4a



rechte hoek (90°) gestrekte hoek (180°) volle hoek (360°)

b $\angle A_1 = 180° - 124° = 56°$
$\angle B_1 = 180° - 48° = 132°$
$\angle C_1 = 180° - 73° - 38° = 69°$
$\angle D_1 = 180° - 90° - 21° = 69°$

0-5a



b De hoeken van $\triangle ABD$ zijn samen 180°.
c De hoeken van $\triangle BCD$ zijn samen 180°.
d De hoeken van een vierhoek zijn samen 360°.

0-6 $\angle K = 180° - 45° - 80° = 55°$
$\angle C = 180° - 50° - 90° = 40°$
$\angle E = 180° - 48° - 35° = 97°$
$\angle P = 180° - 25° - 15° = 140°$

0-7

	vierkant	*rechthoek*	*vlieger*	*ruit*	*parallellogram*
de diagonalen zijn even lang	waar	waar	niet waar	niet waar	niet waar
de diagonalen staan loodrecht op elkaar	waar	niet waar	waar	waar	niet waar
de diagonalen delen elkaar middendoor	waar	waar	niet waar	waar	waar

0-8a -

b $\dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}} = 0{,}75$; dit geldt in elk van de drie driehoeken.
c De grootte van de hoek is 37°.

0-9a $\tan \textit{hoek} = \frac{10}{15} = 0{,}667; \textit{hoek} = 34°$
$\tan \textit{hoek} = \frac{40}{30} = 1{,}333; \textit{hoek} = 53°$
$\tan \textit{hoek} = \frac{32}{18} = 1{,}778; \textit{hoek} = 61°$
$\tan \textit{hoek} = \frac{15}{20} = 0{,}75; \textit{hoek} = 37°$
b In elke driehoek komt een hoek van 90° voor.
De grootte van de derde hoek is achtereenvolgens 56°, 37°, 29° en 53°.

2-1 Rekenen met hoeken

1a Hoek A en hoek D vormen samen een gestrekte hoek.
b Voor het maken van een volle hoek heb je 18 hoeken A nodig, want een volle hoek is 360°.

2a $\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4 = 360^\circ$

b $\angle A_1 = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

c $\angle A_2 = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

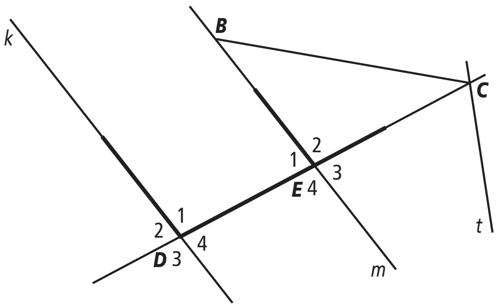
$\angle A_3 = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

d $\angle A_1 = \angle A_3$

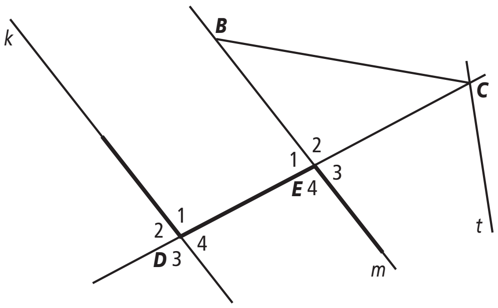
$\angle A_2 = \angle A_4$

3a Lijn k is evenwijdig aan lijn m.

b Hoek D_1 zit met hoek E_2 in een F-figuur.



c Hoek D_1 zit met hoek E_4 in een Z-figuur.



d $\angle D_2 = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$

$\angle D_3 = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$

$\angle D_4 = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$

$\angle E_2 = 95^\circ$ (F-figuur, zie opdracht 3b)

$\angle E_1 = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$

$\angle E_3 = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$

$\angle E_4 = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$

e Om hoek B te kunnen berekenen heb je de grootte van hoek C in driehoek BCE nodig.

4 $\angle A_1 = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$

$\angle B_1 = \angle A_2 = 125^\circ$ (F-figuur)

$\angle B_2 = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$

$\angle B_3 = \angle B_1 = 125^\circ$

$\angle B_4 = \angle B_2 = 55^\circ$

$\angle E_2 = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$

$\angle C = 180^\circ - 55^\circ - 95^\circ = 30^\circ$ (som van de hoeken in een driehoek)

$\angle D_1 = \angle E_2 = 95^\circ$ (F-figuur)

$\angle D_2 = 180° - 95° = 85°$
$\angle D_3 = \angle D_1 = 95°$ (overstaande hoeken)
$\angle D_4 = \angle D_2 = 85°$ (overstaande hoeken)

5a

In de figuur hierboven zijn van links naar rechts aangegeven: een gestrekte hoek, een F-figuur en een Z-figuur.

b Elke hoek in een gelijkzijdige driehoek is $180° : 3 = 60°$.

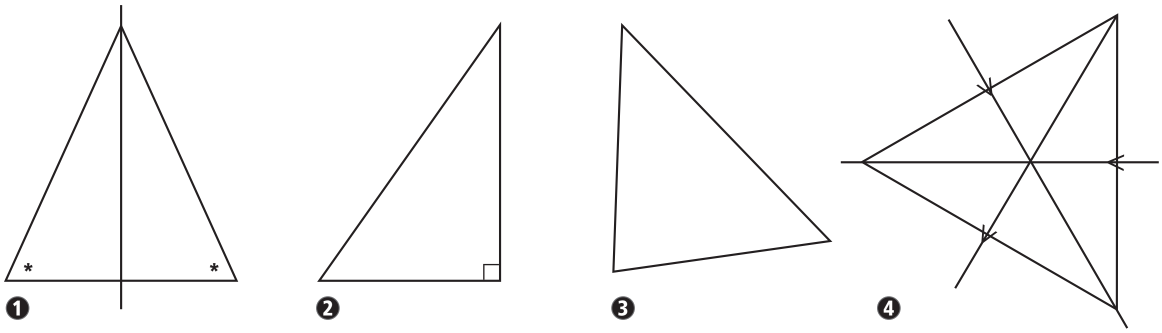
6a De lijnstukken PR en VT zijn evenwijdig.

b $\angle U = 180° - 60° - 70° = 50°$ (som van de hoeken in een driehoek)
$\angle R = 30°$ (Z-figuur)
$\angle V_1 = 180° - 60° - 30° = 90°$ (som van de hoeken in een driehoek)
$\angle S = 360° - 90° - 60° - 70° = 140°$ (som van de hoeken in een vierhoek)

2-2 Lijn- en draaisymmetrie

7a Driehoek 1 is een gelijkbenige driehoek.
Driehoek 2 is een rechthoekige driehoek.
Driehoek 4 is een gelijkzijdige driehoek.

b



c In de gelijkbenige en de gelijkzijdige driehoek heb je te maken met hoeken die even groot zijn.

d

	driehoek 1	driehoek 2	driehoek 3	driehoek 4
naam bijzondere driehoek	gelijkbenige driehoek	rechthoekige driehoek	–	gelijkzijdige driehoek
aantal symmetrieassen	één	geen	geen	drie
gelijke zijden? zo ja, hoeveel?	twee	geen	geen	drie
gelijke hoeken? zo ja, hoeveel?	twee	geen	geen	drie
draaisymmetrisch?	nee	nee	nee	ja

8a $\angle D + \angle E + \angle F = 180°$

b $\angle E + \angle F = 180° - 120° = 60°$

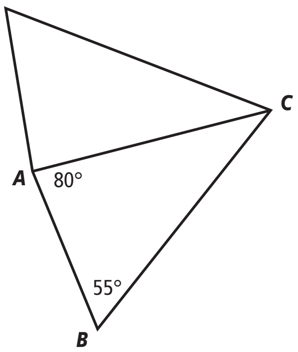
c $\angle E = 60° : 2 = 30°$

9a Driehoek DBC is een gelijkbenige driehoek. In een gelijkbenige driehoek zijn de beide basishoeken even groot. Er geldt dus $\angle B_1 = \angle D_1$.

b $\angle C = 180° - 30° - 30° = 120°$

c $\angle B_2 = 180° - 90° - 58° = 32°$

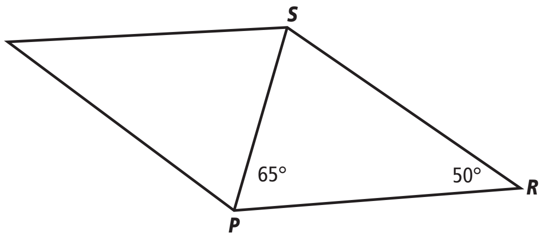
10a



b Je hebt nu een vlieger gekregen.

c De hoeken van de vlieger zijn 55°, 55°, 160° en 90°.

d



e Je hebt nu een ruit gekregen.
De hoeken van de ruit zijn 50°, 50°, 130° en 130°.

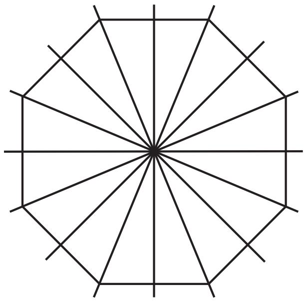
f De ruit is draaisymmetrisch.

11a Ruit $ABCD$ is spiegelsymmetrisch. Er geldt $\angle B = \angle D = 125°$.
$\angle A + \angle C = 360° - 125° - 125° = 110°$ (som van de hoeken in een vierhoek is 360°)
$\angle A = \angle C = 110° : 2 = 55°$

b Vlieger $KLMN$ is spiegelsymmetrisch. Er geldt $\angle K = \angle M = 113°$.
$\angle N = 360° - 113° - 113° - 44° = 90°$ (som van de hoeken in een vierhoek is 360°)

12a In het midden van de figuur komen acht dezelfde hoeken bij elkaar. De grootte van zo'n hoek is $360° : 8 = 45°$.
Voor de grootte van de beide basishoeken geldt $180° - 45° = 135°$.
Eén basishoek is $135° : 2 = 67{,}5°$.

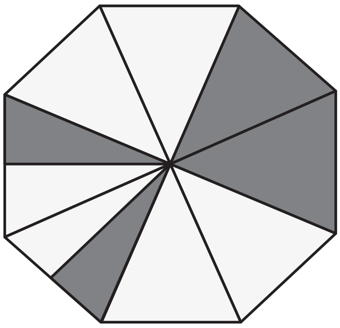
b



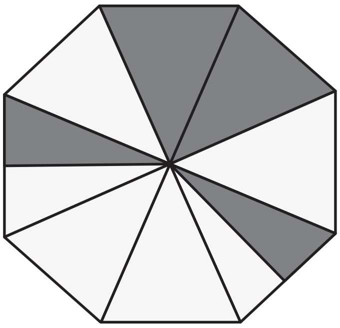
Figuur A is spiegelsymmetrisch en heeft acht symmetrieassen.

c Figuur A is draaisymmetrisch en de bijbehorende draaihoek is 45º.

d Bijvoorbeeld:

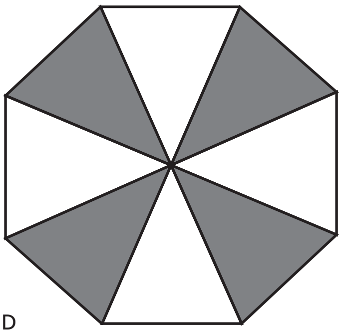


B



C

e Bijvoorbeeld:



D

ICT Lijn- en draaisymmetrie

I-1ab -

I-2 -

I-3 -

I-4 -

I-5 -

I-6a Ruit $ABCD$ is spiegelsymmetrisch. Er geldt $\angle B = \angle D = 125°$.
$\angle A + \angle C = 360° - 125° - 125° = 110°$ (som van de hoeken in een vierhoek is 360°)
$\angle A = \angle C = 110° : 2 = 55°$

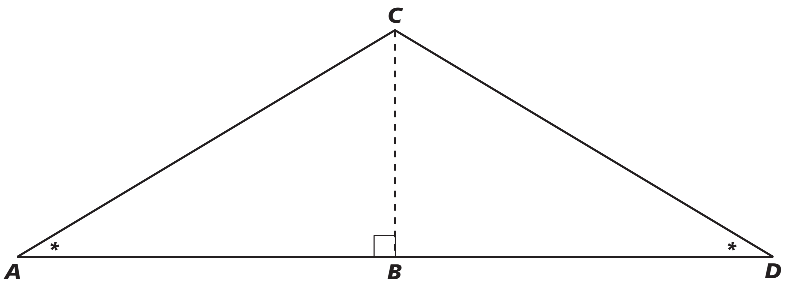
b Vlieger $KLMN$ is spiegelsymmetrisch. Er geldt $\angle K = \angle M = 113°$.
$\angle N = 360° - 113° - 113° - 44° = 90°$ (som van de hoeken in een vierhoek is 360°)

I-7 -

I-8 $\angle C = 92°$; $\angle G = 72°$; $\angle F = 108°$; $\angle H = 108°$; $\angle M = 100°$; $\angle L = 66°$

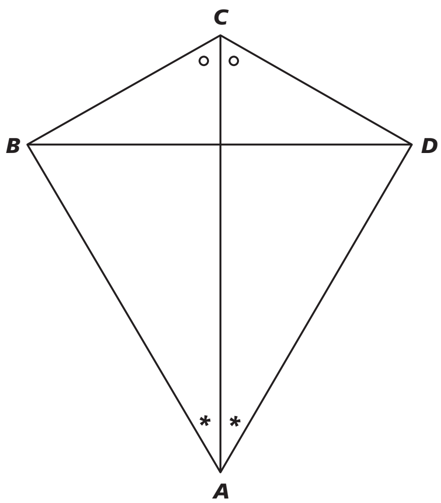
2-3 Tekenen van drie- en vierhoeken

13ab



c In de tekening hierboven zijn de hoeken met * even groot.

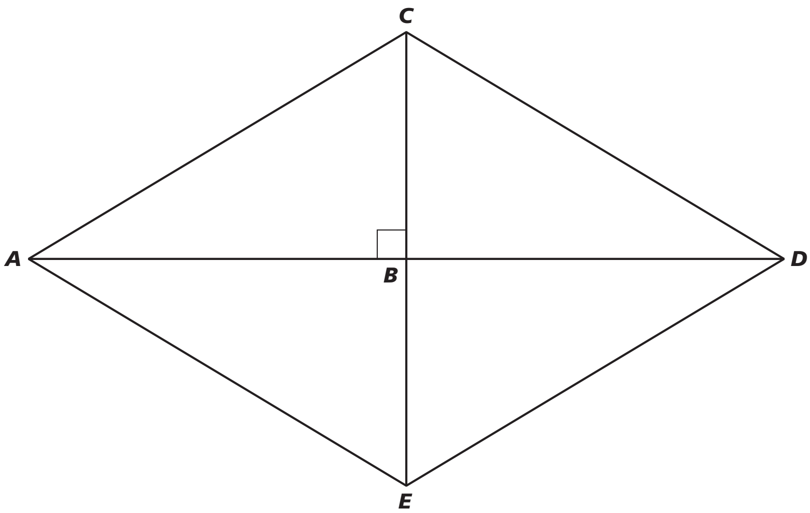
14ab



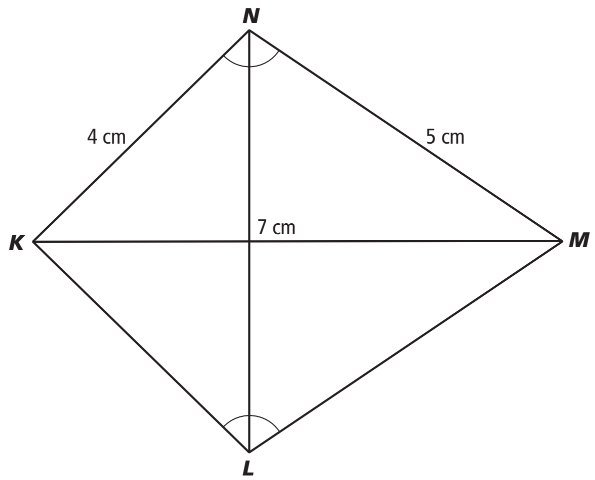
c In de tekening hierboven zijn de hoeken met * en ∘ even groot.

d Om een ruit te maken heb je vier driehoeken nodig.

e



15ab



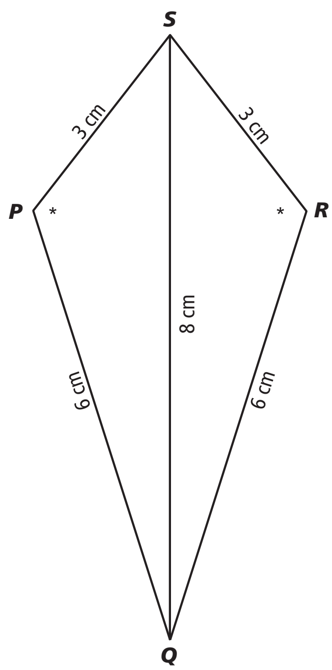
c Vierhoek $KLMN$ is een vlieger.

d KM is de symmetrieas van de vierhoek.

e $\angle L = \angle N$, want $KLMN$ is een spiegelsymmetrische figuur met KM als symmetrieas.

16a -

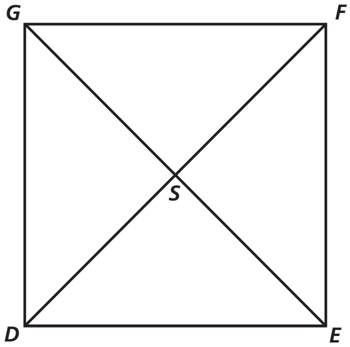
b



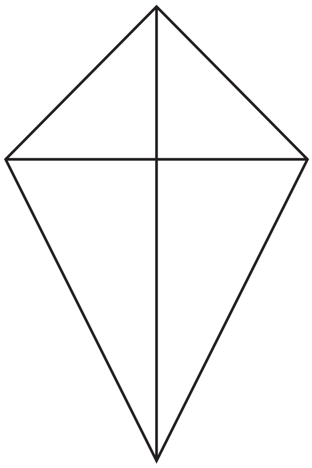
c In vlieger $PQRS$ geldt $\angle P = \angle R$.

17a De hoeken rondom het snijpunt van de diagonalen zijn 90º.

b

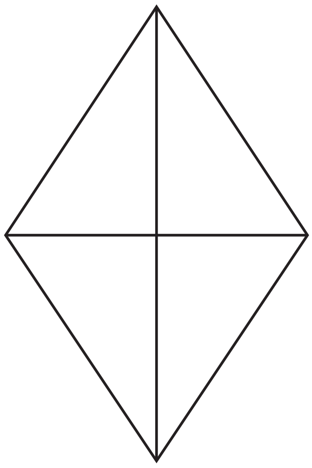


18ab



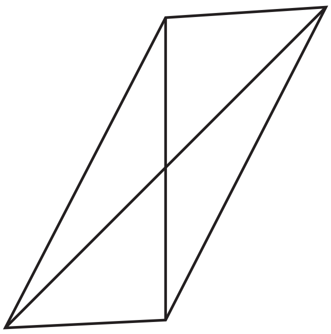
De getekende vierhoek is een vlieger.

c



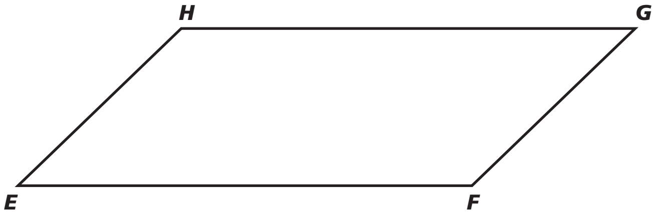
d De getekende vierhoek is een ruit.

e



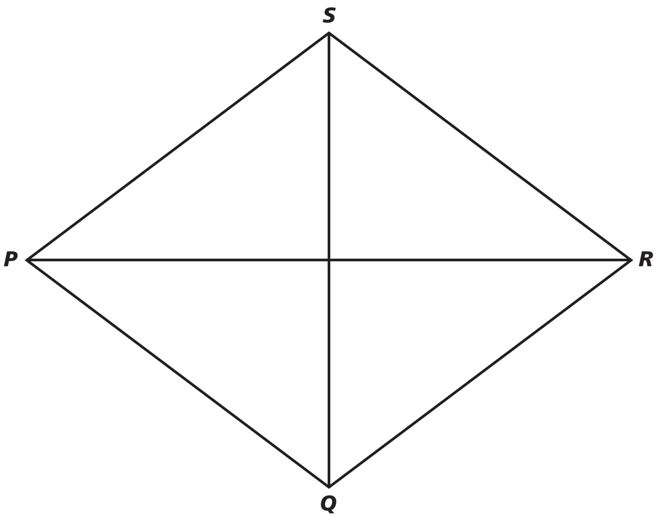
Teken de beide diagonalen zo, dat ze elkaar middendoor delen en niet loodrecht op elkaar staan.

19a



b $\angle F = 180° - 44° = 136°$

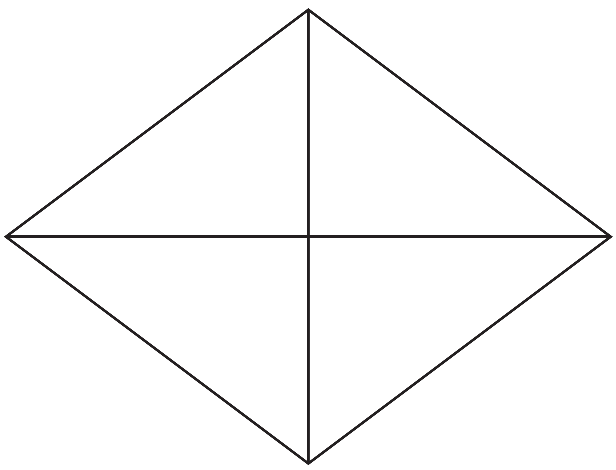
cd



PR en *QS* zijn de symmetrieassen in ruit *PQRS*.

e Vierhoek *PQRS* is draaisymmetrisch. Als de figuur om het snijpunt van de symmetrieassen over een hoek van 180° wordt gedraaid, past deze op zichzelf.

20a



b De getekende vierhoek is een ruit.

c De vierhoek is spiegelsymmetrisch en heeft twee symmetrieassen. Zie opdracht 20a.

d

lengte	*kwadraat*
halve diagonaal 4	16
halve diagonaal ?	... +
zijde ruit 5	25

De lengte van de andere halve diagonaal is $\sqrt{9} = 3$ cm.
De lengte van de andere diagonaal is 2×3 cm $= 6$ cm.

21a $\angle B_1 = 65°$ want de beide basishoeken in een gelijkbenige driehoek zijn even groot.

b $\angle B_2 = 180° - 65° = 115°$
$\angle D_1 = 180° - 65° - 65° = 50°$
$\angle D_2 + \angle C = 180° - 115° = 65°$
$\angle D_2 = \angle C = 65° : 2 = 32{,}5°$

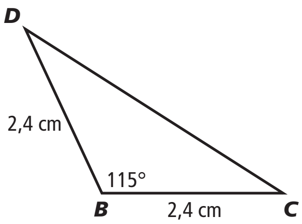
c

lengte	*kwadraat*
de helft van *AB* = 1	1
hoogte ?	... +
AD = 2,4	5,76

hoogte $= \sqrt{4{,}76} = 2{,}2$ cm

d *oppervlakte* $\triangle ABD = (2 \times 2{,}2) : 2 = 2{,}2$ cm^2

e



f *oppervlakte* $\triangle ACD = 4{,}4 \times 2{,}2 : 2 = 4{,}8$ cm^2
oppervlakte $\triangle ABD = 2 \times 2{,}2 : 2 = 2{,}2$ cm^2 −
oppervlakte $\triangle BCD = 2{,}6$ cm^2

2-4 Rekenen met vlakke figuren

22a $\angle G_1 = 180° - 90° - 56° = 34°$

b Driehoek *GHS* is een gelijkbenige driehoek.

c $\angle S_2 = 180° - 56° = 124°$
$\angle H_1 + \angle G_2 = 180° - 124° = 56°$
$\angle H_1 = \angle G_2 = 56° : 2 = 28°$

d In $\triangle EGH$ geldt $\angle E_1 = 180° - 118° - 28° = 34°$

23a

lengte	*kwadraat*
HF = 10,0	100
FG = ?	... +
FH = 11,3	127,69

$FG = \sqrt{27{,}69} = 5{,}3$ cm

b Bereken eerst de lengte van *EF* in $\triangle EFH$.

lengte	*kwadraat*
HF = 10,0	100
EH = 8,3	68,89 +
EF = ?	168,89

$EF = \sqrt{168{,}89} = 13{,}0$ cm
De omtrek van vierhoek *EFGH* is $13{,}0 + 5{,}3 + 11{,}3 + 8{,}3 = 37{,}9$ cm.

c *oppervlakte* vierhoek $EFGH$ = *oppervlakte* $\triangle EHF$ + *oppervlakte* $\triangle FGH$
oppervlakte vierhoek $EFGH = 8{,}3 \times 10 : 2 + 5{,}3 \times 10 : 2 = 68$ cm^2

24a De hoogtelijn uit punt C snijdt zijde AB in punt D.

lengte	*kwadraat*
$AD = 3$	9
$CD = ?$	.... +
$AC = 5$	25

$CD = \sqrt{16} = 4$ cm

lengte	*kwadraat*
$BD = 5$	25
$CD = 4$	16 +
$BC = ?$	41

$BC = \sqrt{41} = 6{,}4$ cm

b *oppervlakte* $\triangle ABC = AB \times CD : 2 = 8 \times 4 : 2 = 16$ cm^2

c $EG = 1{,}5 \times 5 = 7{,}5$ cm
$FG = 1{,}5 \times 6{,}4 = 9{,}6$ cm

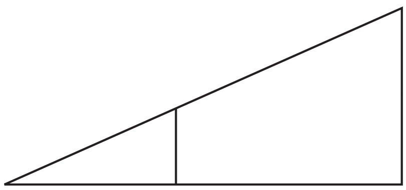
d *oppervlakte* $\triangle EFG = 1{,}5^2 \times$ *oppervlakte* $\triangle ABC = 2{,}25 \times 16 = 36$ cm^2

25a $HI = 2{,}3 \times 8 = 18{,}4$ cm
$IJ = 2{,}3 \times 6{,}4 = 14{,}72$ cm
$HJ = 2{,}3 \times 5 = 11{,}5$ cm

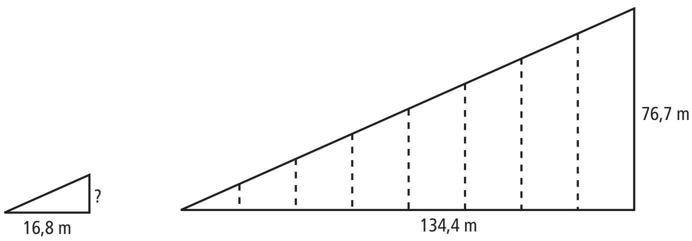
b *oppervlakte* $\triangle HIJ = 2{,}3^2 \times$ *oppervlakte* $\triangle ABC = 5{,}29 \times 16 = 84{,}64$ cm^2

c *oppervlakte* vierde driehoek $= 5^2 \times$ *oppervlakte* $\triangle ABC = 25 \times 16 = 400$ cm^2

26a Bijvoorbeeld:



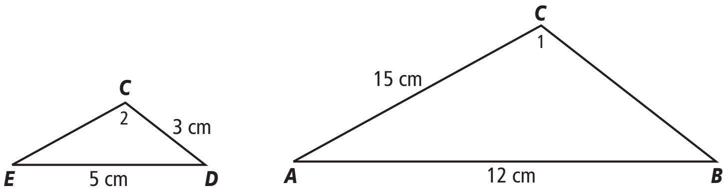
b



c De vergrotingsfactor is $134{,}4 : 16{,}8 = 8$.
De hoogte van de kleinste driehoek is $76{,}7 : 8 = 9{,}6$ m.

27a $\angle A = \angle E$
$\angle B = \angle D$
$\angle C_1 = \angle C_2$

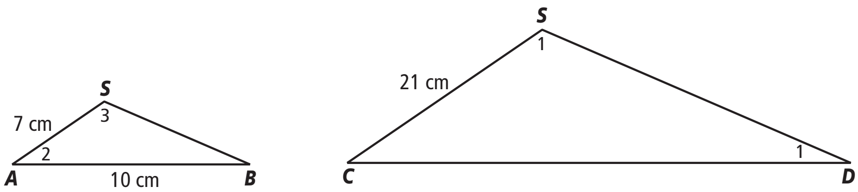
b



c De factor is $12 : 5 = 2{,}4$
$BC = 2{,}4 \times 3 = 7{,}2$ cm
$CE = 15 : 2{,}4 = 6{,}25$ cm

28a $\angle A_2 = \angle C$
$\angle B = \angle D_1$
$\angle S_3 = \angle S_1$

b

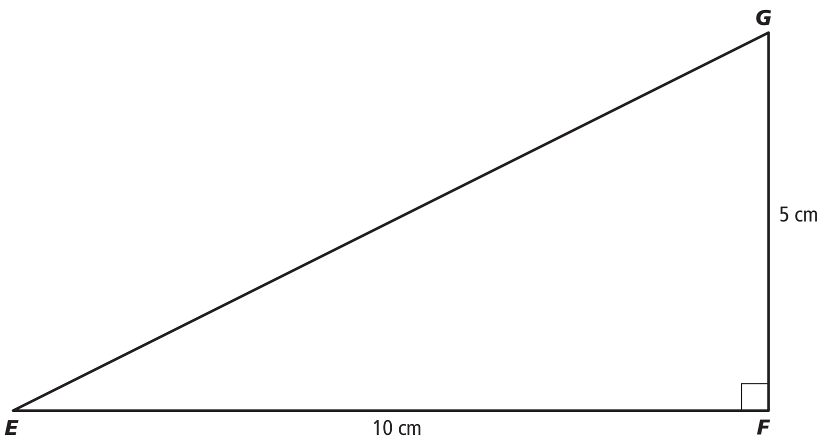


c De factor is $21 : 7 = 3$.
$CD = 3 \times 10$ cm $= 30$ cm

d *oppervlakte* $\triangle ABS = 10 \times 3{,}6 : 2 = 18$ cm^2
oppervlakte $\triangle CDS = 3^2 \times 18 = 162$ cm^2

2-5 Hoeken en afstanden

29a



b $\tan\angle E = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}} = \dfrac{5}{10} = 0{,}5$, dus $\angle E = 27^\circ$

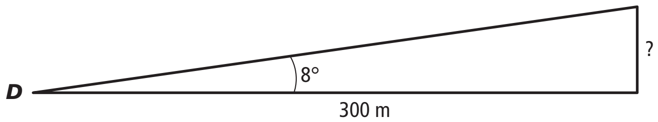
$\tan\angle G = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}} = \dfrac{10}{5} = 2$, dus $\angle G = 63^\circ$

c

lengte	*kwadraat*
$EF = 10$	100
$FG = 5$	25 +
$EG = ?$	125

$EG = \sqrt{125} = 11{,}2$ cm

30a



De overstaande rechthoekszijde van de hoek van 8º is de zijde met het vraagteken.

b $\tan\angle D = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}}$, dus $\tan 8^\circ = \dfrac{?}{300}$

c De hoogte van de toren is $300 \times \tan 8^\circ = 42$ meter.

31a

lengte	*kwadraat*
$DE = 22$	484
$DF = 8$	64 +
$EF = ?$	548

$EF = \sqrt{548} = 23{,}4$ cm

lengte	*kwadraat*
$PQ = 18$	324
$PR = 6{,}6$	43,56+
$QR = ?$	367,56

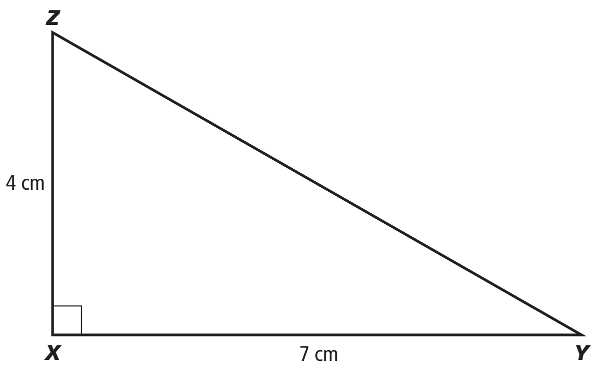
$QR = \sqrt{367{,}56} = 19{,}2$ cm

b $\angle R = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$

c $\angle F = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$

$\tan \angle K = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}} = \dfrac{5}{12} = 0{,}417$, dus $\angle K = 23^\circ$

32a



b $\tan \angle Y = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}} = \dfrac{4}{7} = 0{,}571$, dus $\angle Y = 30^\circ$

$\angle Z = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

c

lengte	*kwadraat*
XY = 7	49
XZ = 4	16+
YZ = ?	65

$YZ = \sqrt{65} = 8{,}1$ cm

33a In $\triangle ASD$ geldt $\tan\angle D_1 = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}}$ of $\tan 60^\circ = \dfrac{AS}{2}$

$AS = 2 \times \tan 60^\circ = 3{,}46$

b

lengte	*kwadraat*
DS = 2	4
AS = 3,46	11,97+
AD = ?	15,97

$AD = \sqrt{15{,}97} = 4$ cm

De omtrek van ruit $ABCD$ is 4×4 cm $= 16$ cm.

c $\angle A_1 = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

34a In $\triangle QRT$ geldt $\tan\angle Q = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}}$ of $\tan 70^\circ = \dfrac{5}{QT}$

$QT = 5 : \tan 70^\circ = 1{,}82$ cm

lengte	*kwadraat*
QT = 1,82	3,31
RT = 5	25 +
QR = ?	28,31

$QR = \sqrt{28{,}31} = 5{,}32$ cm

De omtrek van parallellogram $QRST$ is $2 \times 1{,}82 + 2 \times 5{,}32 = 14{,}28$ cm.

b De oppervlakte van parallellogram $QRST$ is $2 \times (1{,}82 \times 5 : 2) = 9{,}1$ cm^2.

35a In $\triangle ASD$ geldt $\tan\angle A_1 = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}} = \dfrac{2}{5}$

$\angle A_1 = 22^\circ$

$\angle D_1 = 180^\circ - 90^\circ - 22^\circ = 68^\circ$

b $\angle D_2 = \angle D_1 = 68^\circ$

$\angle C_2 = \angle A_1 = 22^\circ$

c In $\triangle ASB$ geldt $\tan\angle A_2 = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}} = \dfrac{8}{5}$

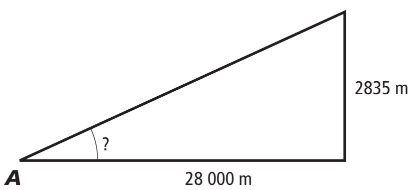
$\angle A_2 = 58^\circ$

d $\angle B_1 = 180^\circ - 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$

$\angle B_2 = \angle B_1 = 32^\circ$

$\angle C_1 = \angle A_2 = 58^\circ$

36a



b In de driehoek hierboven geldt $\tan\angle A = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}} = \dfrac{2835}{28\,000}$

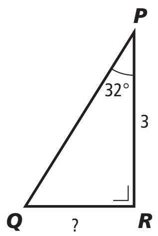
$\angle A = 6^\circ$
De hoekmeter van het vliegtuig geeft tijdens het opstijgen een hoek van 6º aan.

37a In de rechthoekige driehoek met de scherpe hoek P geldt

$\tan \angle P = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}} = \dfrac{5}{8}$

$\angle P = 32^\circ$

b



In de driehoek hierboven geldt $\tan \angle P = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}} = \dfrac{QR}{3}$ of

$\tan 32^\circ = \dfrac{QR}{3}$

$QR = 3 \times \tan 32^\circ = 1{,}9$ cm

lengte	*kwadraat*
$PR = 3$	9
$QR = 1{,}9$	3,61 +
$PQ = ?$	12,61

$PQ = \sqrt{12{,}61} = 3{,}6$ cm
Van P naar Q is het 36 mm.

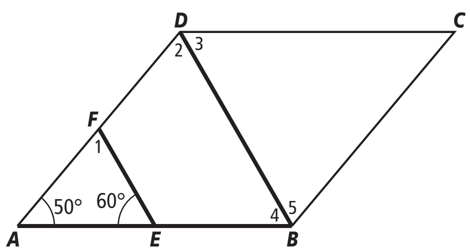
c De omtrek van de vorm is
3,6 + 2,2 + 3,6 + 8 + 6 + 8 = 31,4 cm.

Test jezelf

T-1/T-9 Zie de antwoorden in je boek.

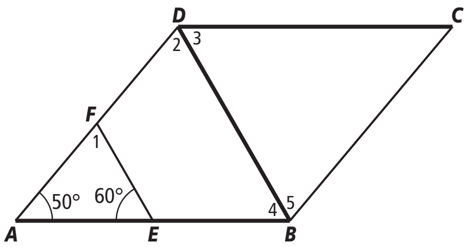
Extra oefening

E-1a



b $\angle B_4 = \angle E = 60°$

c



Hoek D_3 en hoek B_4 vormen een Z-figuur.

d $\angle D_3 = \angle B_4 = 60°$

e $\angle S_1 = \angle P = 70°$ (F-figuur)
$\angle S_2 = 180° - 70° = 110°$ (gestrekte hoek bij S)
$\angle R = 180° - 70° - 50° = 60°$ (de som van de hoeken in een driehoek is 180°)
$\angle T_1 = \angle Q = 50°$ (F-figuur)
$\angle T_2 = 180° - 50° = 130°$ (gestrekte hoek bij T)

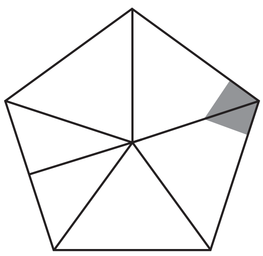
E-2a $\angle E = 180° - 112° = 68°$

b De grootte van de hoeken rondom punt S is $360° : 5 = 72°$.

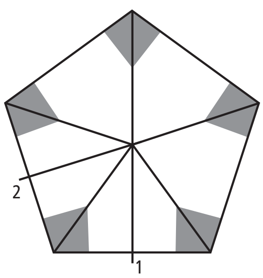
c In elk van de gelijkbenige driehoeken geldt dat de beide basishoeken samen $180° - 72° = 108°$ zijn. Eén basishoek is $108° : 2 = 54°$. De hoeken in elke gelijkbenige driehoek zijn 54°, 54° en 72°.

d De vijfhoek is draaisymmetrisch over 72°, 144°, 216°, 288° en 360°.

E-3a Bijvoorbeeld:

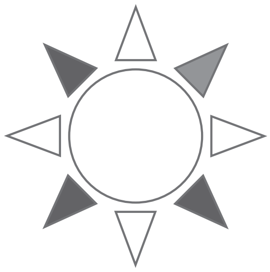


b

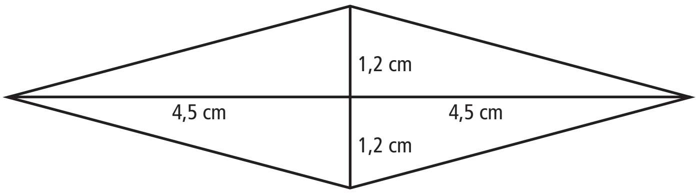


De twee symmetrieassen zijn in de figuur aangegeven met 1 en 2.

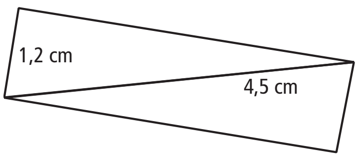
c



E-4a



b Met twee van deze rechthoekige driehoeken kun je een parallellogram maken.
Bijvoorbeeld:



E-5a Met twee even lange diagonalen kun je maken: een vierkant, een rechthoek, een vlieger en een trapezium.

b Van deze vierhoeken kun je de lengten van de zijden alleen bij een vierkant berekenen. Alleen bij een vierkant delen de diagonalen elkaar loodrecht middendoor en ontstaan er driehoeken waarin je de stelling van Pythagoras kunt toepassen.

c Elk van de vierhoeken is lijnsymmetrisch.

E-6a

lengte	*kwadraat*
$AB = 3$	9
$BE = 5$	25 +
$AE = ?$	34

$AE = \sqrt{34} = 5{,}8$ cm

b De oppervlakte van driehoek ACE is $6 \times 5 : 2 = 15$ cm^2.

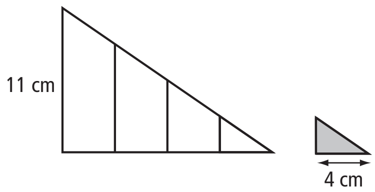
c

lengte	*kwadraat*
$CH = 4{,}5$	20,25
$FH = 7{,}5$	56,25 +
$CF = ?$	76,5

$CF = \sqrt{76{,}5} = 8{,}7$ cm

d De omtrek van $\triangle ADG$ is $3 + 3 + 9 + 8{,}7 + 5{,}8 + 8{,}7 + 5{,}8 = 44$ cm.

E-7a



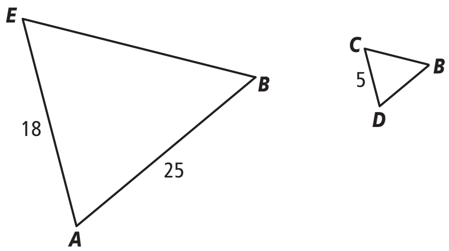
b Je moet de zijden van de kleine driehoek met factor 4 vermenigvuldigen om de grote driehoek te krijgen.

c De zijden van de grote driehoek zijn 16 cm en 11 cm.
De zijden van de kleine driehoek zijn 4 cm en 11 : 4 = 2,75 cm.

d De oppervlakte van de grote driehoek is $16 \times 11 : 2 = 88$ cm^2.
De oppervlakte van de kleine driehoek is $4 \times 2{,}75 : 2 = 5{,}5$ cm^2.

E-8a $\angle A = \angle D$
$\angle B = \angle B$
$\angle E = \angle C$

b



c De factor is $18 : 5 = 3{,}6$.
$BD = 25 : 3{,}6 = 6{,}9$ cm

E-9a Bereken van de vlieger de lengte van PS en de lengte van RS.

lengte	*kwadraat*
$PT = 5$	25
$ST = 3$	9 +
$PS = ?$	34

$PS = \sqrt{34} = 5{,}8$ cm

lengte	*kwadraat*
$RT = 2$	4
$ST = 3$	9 +
$RS = ?$	13

$RS = \sqrt{13} = 3{,}6$ cm

De omtrek van vlieger $PQRS$ is $5{,}8 + 3{,}6 + 3{,}6 + 5{,}8 = 18{,}8$ cm.
Bereken van de ruit $ABCD$ de lengte van AB.

lengte	*kwadraat*
$AE = 1$	1
$BE = 4$	16 +
$AB = ?$	17

$AB = \sqrt{17} = 4{,}1$ cm
De omtrek van ruit $ABCD$ is $4 \times 4{,}1 = 16{,}4$ cm.

b Voor de helft van hoek P geldt:

$\tan\angle P = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}} = \dfrac{3}{5}$

$\angle P = 31°$

$\angle SPQ = 62°$

Voor de helft van hoek R geldt:

$\tan\angle R = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}} = \dfrac{3}{2}$

$\angle R = 56°$

$\angle SRQ = 112°$

Verder geldt in de vlieger $\angle S + \angle Q = 360° - 62° - 112° = 186°$

Ook geldt $\angle S = \angle Q$, zodat $\angle S = \angle Q = 186° : 2 = 93°$.

c Voor de helft van hoek A geldt:

$\tan\angle A = \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}} = \dfrac{4}{1}$

$\angle A = 76°$

$\angle BAD = 152°$

Verder geldt $\angle ABC = 180° - 152° = 28°$

Je krijgt dus: $\angle A = \angle C = 152°$ en $\angle B = \angle D = 28°$

Verwerken en toepassen

V-1a $\angle D_1 = \angle F = 105°$

$\angle A_1 = 360° - 105° - 105° - 112° = 38°$

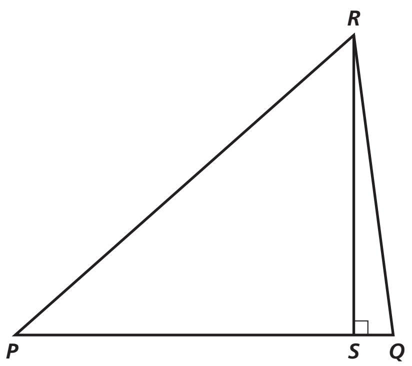
b $\angle D_2 = 180° - 105° = 75°$

$\angle C_1 = \angle D_2 = 75°$

c $\angle A_2 = 180° - 75° - 75° = 30°$

d $\triangle ABC$ is een rechthoekige, gelijkbenige driehoek. Hierin geldt: $\angle A_3 = \angle C_2 = 45°$.

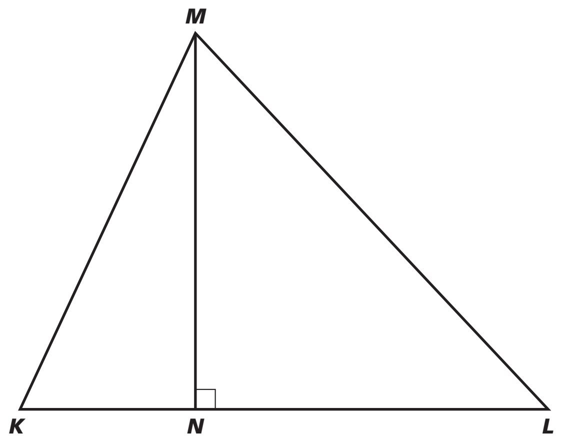
V-2a



b Zie de driehoek hierboven. Afgerond op één decimaal is de lengte van hoogtelijn RS 4,0 cm.

c De oppervlakte van $\triangle PQR$ is $5 \times 4{,}0 : 2 = 10\ \text{cm}^2$.

V-3a



b De lengte van de hoogtelijn MN is 5,0 cm.

c De oppervlakte van $\triangle KLM$ is $7 \times 5{,}0 : 2 = 17{,}5$ cm^2.

V-4a Bereken de grootte van $\angle R$ in $\triangle QRT$:

$\angle R = 180° - 56° - 64° = 60°$

b $\angle S_1 = (180° - 64°) : 2 = 58°$

$\angle S_2 = 180° - 58° = 122°$

c $\angle U_2 = 180° - \angle U_1 = 180° - 58° = 122°$

d $\angle U_3 = \angle U_1 = 58°$

$\angle Q_1 = 180° - 65° - 58° = 57°$

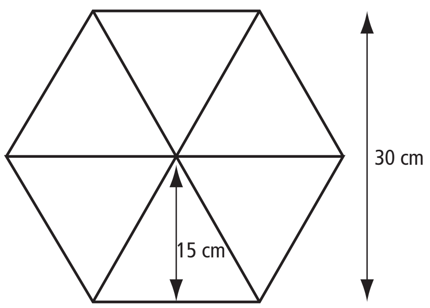
V-5a Zes gelijke hoeken vormen bij het middelpunt van de figuur een volle hoek, per hoek is dat 60º. De andere scherpe hoek in de rechthoekige driehoek is $180° - 90° - 60° = 30°$. De hoeken van de driehoek zijn 30º, 60º en 90º.

b BE is de deellijn in de vlieger $BDEF$.

c Driehoek BDF is een gelijkzijdige driehoek.

d In die driehoek zie je de drie deellijnen BE, DA en FC.

V-6a



In elke driehoek is elke hoek 60º.

In elke driehoek hierboven geldt $\tan 60° = \dfrac{15}{a}$

$15 = a \times \tan 60°$

$a = \dfrac{15}{\tan 60°}$

$a = 8{,}7$

Een zijde van een driehoek is 17,4 cm.

b De oppervlakte van een driehoek is $17{,}4 \times 15 : 2 = 130{,}5$ cm^2.
De oppervlakte van de vlieger is $6 \times 130{,}5 = 783$ cm^2.

c De oppervlakte van de grote vlieger is $2^2 \times 783 = 3132$ cm^2.

V-7 De ruit bestaat uit vier dezelfde rechthoekige driehoeken. Van zo'n driehoek is één van de rechthoekszijden en de langste zijde bekend. Bereken de andere rechthoekszijde:

lengte	*kwadraat*
rhz = 6,5	42,25
rhz = ?	21,75 +
langste zijde = 8	64

De ontbrekende rechthoekszijde is $\sqrt{21{,}75} = 4{,}7$ cm.
De oppervlakte van één rechthoekige driehoek is $6{,}5 \times 4{,}7 : 2 = 15{,}275$ cm^2.
De oppervlakte van de vlieger is $4 \times 15{,}275$ cm^2 $= 61{,}1$ cm^2.
De oppervlakte van het gekleurde deel van figuur 1 is $61{,}1 - (\pi \times 1{,}5^2 : 2) = 57{,}6$ cm^2.
Het gekleurde deel van figuur 2 is het verschil van de oppervlakten van twee cirkels.
De oppervlakte van de grote cirkel is $\pi \times 27^2 = 2290{,}2$ cm^2.
De oppervlakte van de kleine cirkel is $\pi \times 12{,}5^2 = 490{,}9$ cm^2.
De oppervlakte van het gekleurde deel van figuur 2 is $2290{,}2 - 490{,}9 = 1799{,}3$ cm^2.

V-8a In het middelpunt van de cirkel zie je acht even grote hoeken samen. De grootte van één hoek van een cirkelsector is $360^\circ : 8 = 45^\circ$.

b *oppervlakte cirkel* $= \pi \times 4{,}6^2 = 66{,}5$ m^2
oppervlakte vierkant $= 4{,}6 \times 4{,}6 = 21{,}2$ m^2
De oppervlakte van het gele deel is $66{,}5 - 21{,}2 = 45{,}3$ m^2.

c De figuur heeft acht symmetrieassen.

d De figuur is draaisymmetrisch over een hoek van 90°.

V-9a $\tan 38^\circ = \dfrac{6{,}2}{a}$
$a = 6{,}2 : \tan 38^\circ = 7{,}9$
De lengte van a is 7,9 m.

b $\tan 9^\circ = \dfrac{6{,}2}{b}$
$b = 6{,}2 : \tan 9^\circ = 39{,}1$
De lengte van b is 39,1 m.
De lengte van b is $39{,}1 - 7{,}9 = 31{,}2$ m langer.

c

lengte	*kwadraat*
rhz = 7,9	62,41
rhz = 6,2	38,44 +
langste zijde = ?	100,85

langste zijde $= \sqrt{100{,}85} = 10{,}0$
Rina legt 10,0 m af.

lengte	*kwadraat*
rhz = 39,1	1528,81
rhz = 6,2	38,44 +
langste zijde = ?	1567,25

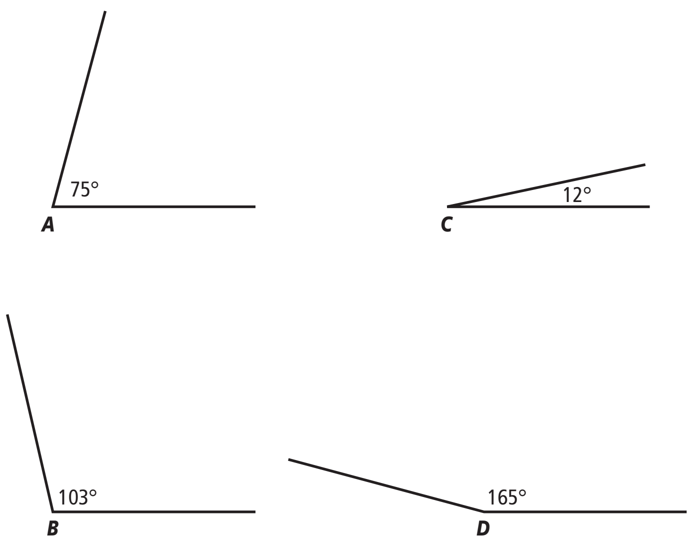
langste zijde $= \sqrt{1567{,}25} = 39{,}6$
De fietser legt 39,6 m af.
De fietser legt $39{,}6 - 10{,}0 = 29{,}6$ m meer af.

Rekenen 2

R-1a $8{,}45 \times 1000 = 8450$
b $0{,}369 \times 10\,000 = 3690$
c $45{,}8 \times 100\,000 = 4\,580\,000$
d $9{,}785 \times 10 = 97{,}85$
e $0{,}0563 \times 100 = 5{,}63$
f $25\,000 : 100\,000 = 0{,}25$
g $54{,}2 : 10 = 5{,}42$
h $9657 : 1000 = 9{,}657$
i $623{,}3 : 100 = 6{,}233$
j $1122{,}33 : 10\,000 = 0{,}112\,233$

R-2a 15% van 750 leerlingen is $0{,}15 \times 750 = 113$ leerlingen
b 20% van 65 000 kg is $0{,}20 \times 65\,000 = 13\,000$ kg
c 23% van € 800,- is $0{,}23 \times 800 = 184$ euro
d 6% van 12 miljoen mensen is $0{,}06 \times 12\,000\,000 = 720\,000$ mensen
e 37,5% van 16 000 euro is $0{,}375 \times 16\,000 = 6000$ euro
f 90% van 1 000 000 liter is $0{,}90 \times 1\,000\,000 = 900\,000$ liter

R-3a



b Hoek *A* en hoek *C* zijn scherp.
c Hoek *B* en hoek *D* zijn stomp.
d Een gestrekte hoek is 180º.
e Een hoek van 90º is een rechte hoek.

R-4

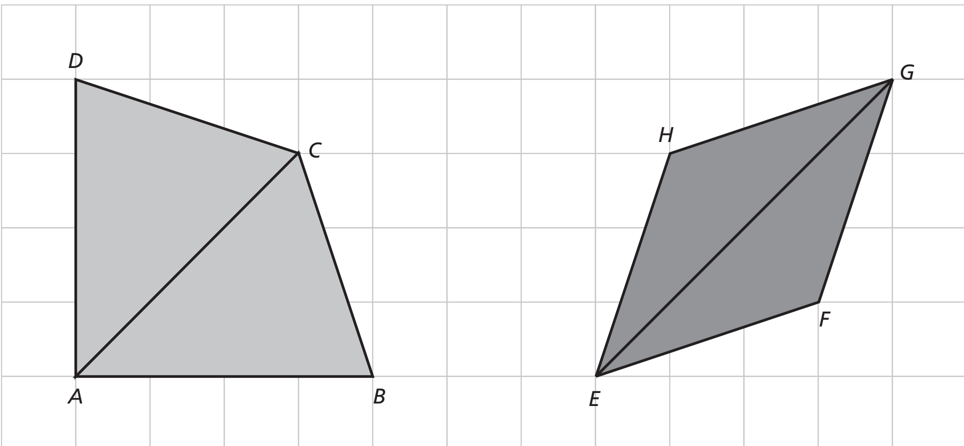
a 5		b 1	c 2	d 1
e 4	f 3		g 1	4
h 7	0	5	6	
i 6	2		j 1	k 8
	l 5	2	6	4

R-5a 655 mg = 0,655 gram
b 3,6 kg = 3600 gram
c 0,02 kg = 20 000 mg
d 98 000 mg = 0,098 kg
e 450 gram = 0,45 kg
f 0,72 gram = 720 mg
g 5 dL = 50 cL
h 300 cL = 3 liter
i 0,7 liter = 700 mL
j 962 mL = 96,2 cL
k 62 dL = 6,2 liter
l 308 liter = 30 800 cL

Oefenopdrachten werkboek

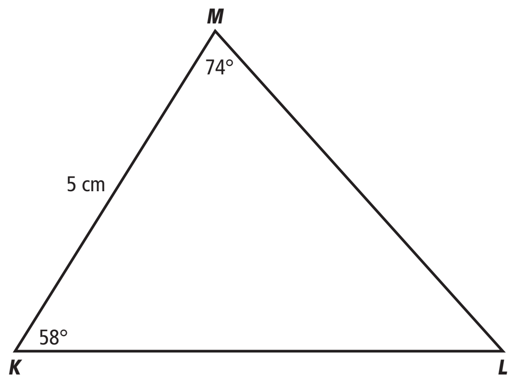
1 $\angle B_1 = 180° - 120° = 60°$
$\angle B_2 = 180° - 60° = 120°$
$\angle B_3 = 180° - 120° = 60°$
$\angle C_1 = 180° - 73° - 38° = 69°$
$\angle D_1 = 180° - 85° = 95°$
$\angle D_3 = 180° - 85° - 40° = 55°$

2ab



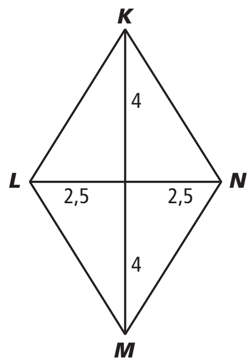
c Vierhoek $EFGH$ is een ruit.

3a



b $\angle L = 180° - 58° - 74° = 48°$

4a De tekening is op schaal 1 : 2 gemaakt.

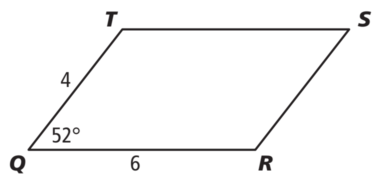


b De oppervlakte van $KLMN$ is $2 \times 8 \times 2{,}5 : 2 = 20$ cm^2.

c $\tan \angle MKL = \frac{2{,}5}{4}$

$\angle MKL = 32°$

5a De tekening is op schaal 1 : 2 gemaakt.

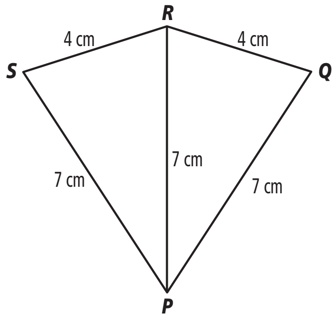


b $\angle S = 52°$

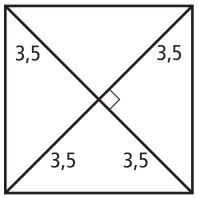
c $\angle R = 180° - 52° = 128°$

$\angle T = 180° - 52° = 128°$

6a Vlieger $PQRS$ is getekend op schaal 1 : 2.

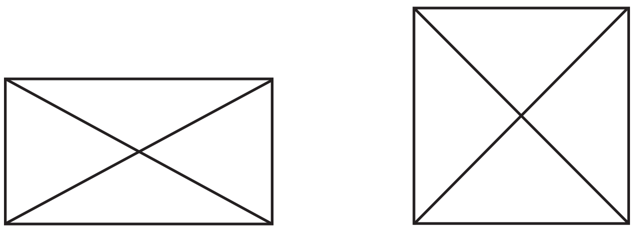


b Het vierkant is getekend op schaal 1 : 2.

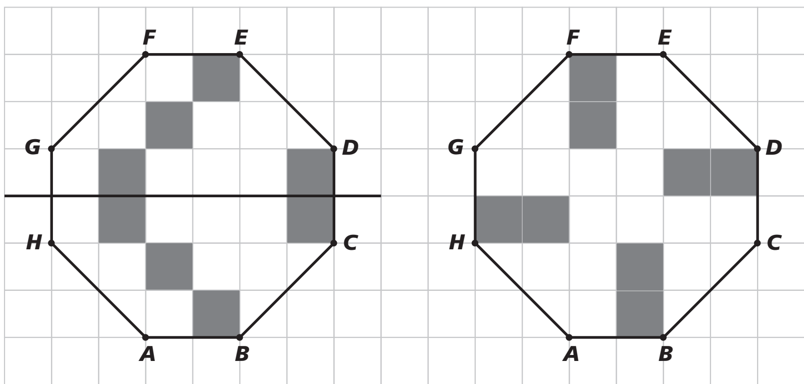


c De oppervlakte van het vierkant is $2 \times 7 \times 3{,}5 : 2 = 24{,}5$ cm^2.

d De beide rechthoeken zijn getekend op schaal 1 : 2.



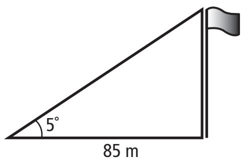
7ab



8a Driehoek ABC en driehoek DEC zijn gelijkvormig.
b -
c De vergrotingsfactor is $3 : 1{,}2 = 2{,}5$.
d $DE = 4{,}4 : 2{,}5 = 1{,}76$ m
e De oppervlakte van $\triangle DEC$ is $1{,}76 \times 1{,}2 : 2 = 1{,}056$ m^2.
f Om de oppervlakte van $\triangle ABC$ te krijgen moet je de oppervlakte van $\triangle DEC$ met $2{,}5^2 = 6{,}25$ vermenigvuldigen.

9a -
b De vergrotingsfactor is $300 : 50 = 6$.
$DI = 186 : 6 = 31$ cm
c De vergrotingsfactor van driehoek ADI naar driehoek AHM is $250 : 50 = 5$.
$HM = 5 \times 31 = 155$ cm
d Baan 2 is $186 - 155 = 31$ cm korter dan baan 1.
e Baan 3 wordt $155 - 31 = 124$ cm.
Baan 4 wordt $124 - 31 = 93$ cm.

10a



b $\tan 5^\circ = \dfrac{mast}{85}$
$mast = 85 \times \tan 5^\circ = 7{,}4$
De mast is 7,4 m lang.

11a

b $\tan 3^\circ = \dfrac{80}{afstand}$
$afstand = 80 : \tan 3^\circ = 1526{,}5$
Zij staat 1526,5 m van de fabrieksschoorsteen af.