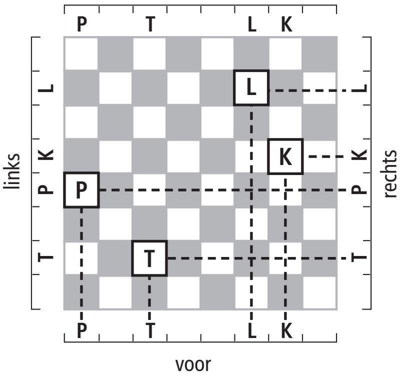
Hoofdstuk 8 – Ruimtemeetkunde

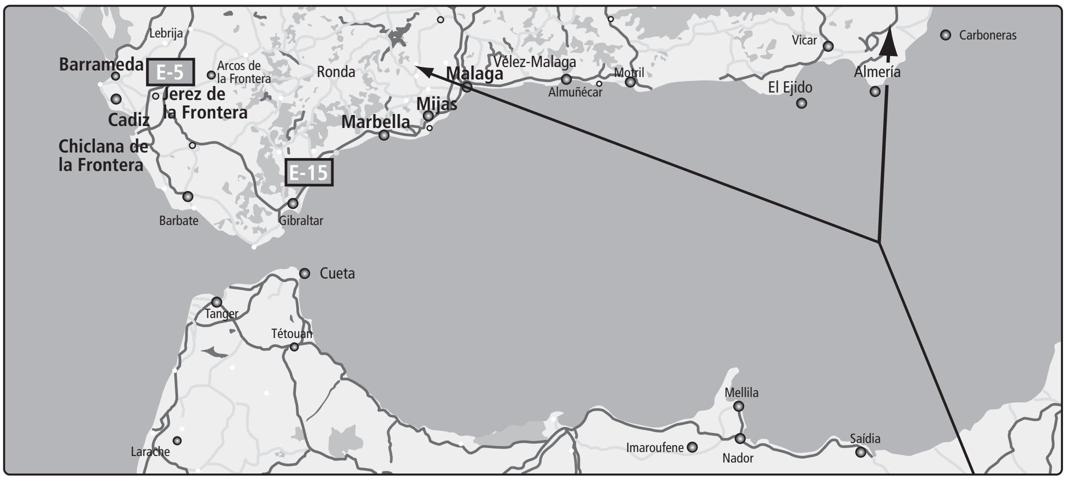
Opstap In de ruimte

O-1ab



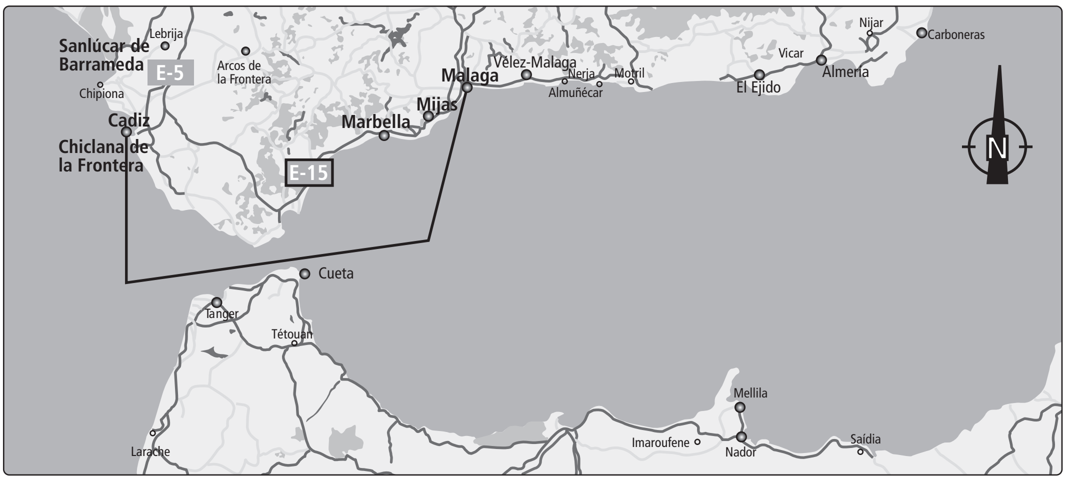
O-2a 1 cm op de kaart is in werkelijkheid 35 km, dus dan vaart hij 35 km.

bc



d Gerrit vaart naar Malaga.

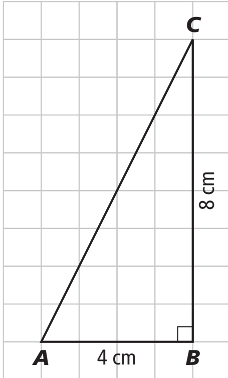
O-3ab



c Het laatste deel is de koershoek ongeveer 15º.

0-4a $H(0, 0, 5)$, $P(8, 4, 2)$ en $R(8, 0, 3)$

b Zie tekening

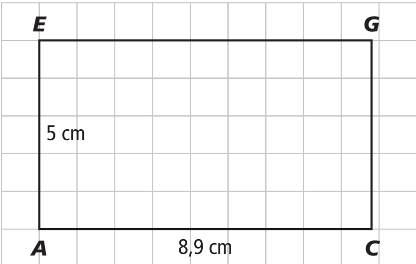


c

zijde	kwadraat
$AB = 4$ cm	16
$BC = 8$ cm	64 +
$AC = ?$	80

$AC = \sqrt{80} \approx 8{,}9$ cm

d Diagonaalvlak $ACGE$ is een rechthoek van 8,9 cm bij 5 cm.

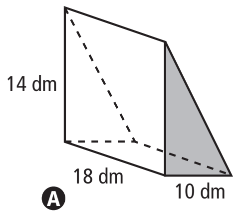


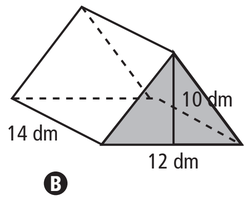
e

zijde	kwadraat
$AC = \sqrt{80}$ cm	80
$CG = 5$ cm	25 +
$AG = ?$	105

$AG = \sqrt{105} \approx 10{,}2$ cm

0-5a De driehoeken aan de voorkant zijn de bodems. Deze moeten worden gekleurd.





b Prisma A:
De oppervlakte van de bodem is
$14 \times 10 : 2 = 70$ dm^2.
De inhoud is $70 \times 18 = 1260$ dm^3.

Prisma B:
De oppervlakte van de bodem is
$12 \times 10 : 2 = 60$ dm^2.
De inhoud is $60 \times 14 = 840$ dm^3.

c De getekende uitslag hoort bij prisma A.

0-6a De cirkel heeft een diameter van 6 cm, dus een straal van 3 cm.
De oppervlakte van de cirkel is $3 \times 3 \times \pi = 28{,}27...$ cm^2.

b De oppervlakte van het vierkant is $11 \times 11 = 121$ cm^2.
De oppervlakte van het gearceerde deel is $121 - 28{,}27... \approx 92{,}7$ cm^2.

0-7a Figuur 1 bestaat uit een balk en een piramide.

b Figuur 2 bestaat uit een cilinder en een kegel.

c De oppervlakte van de bodem is $12 \times 10 = 120$ cm^2.
De inhoud van figuur 3 is $120 \times 7 = 840$ cm^3.

8-1 Koersen

1a De koershoek is ongeveer 58º.

b De afstand op de kaart is ongeveer 2,5 cm. 1 cm op de kaart is in werkelijkheid 12 km. De afstand is ongeveer $2{,}5 \times 12 = 30$ km.

c

afstand in km	210	1	30
tijd in minuten	60	...	8,57...

De helikopter heeft ongeveer 9 minuten nodig voor de vlucht.

2a De koershoek is ongeveer 135º.

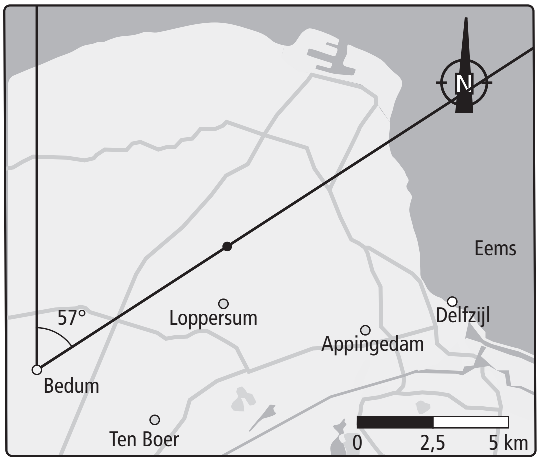
b De afstand is op de kaart ongeveer 4,4 cm. Dat is in werkelijkheid $4{,}4 \times 12 = 52{,}8$ km.

afstand in km	210	1	52,8
tijd in minuten	60	...	15,08...

De helikopter doet er ongeveer 15 minuten over en zal om 12:45 uur in Stadskanaal zijn.

3ab 1 cm op de kaart komt overeen met 2,5 km.
$7{,}5 : 2{,}5 = 3$, dus 7,5 km in werkelijkheid is 3 cm op de kaart.

c



d Vanuit Delfzijl is de afstand op de kaart 3 cm en de koershoek is ongeveer 285º.
Vanuit Delfzijl zijn de coördinaten (7,5 km; 285º).

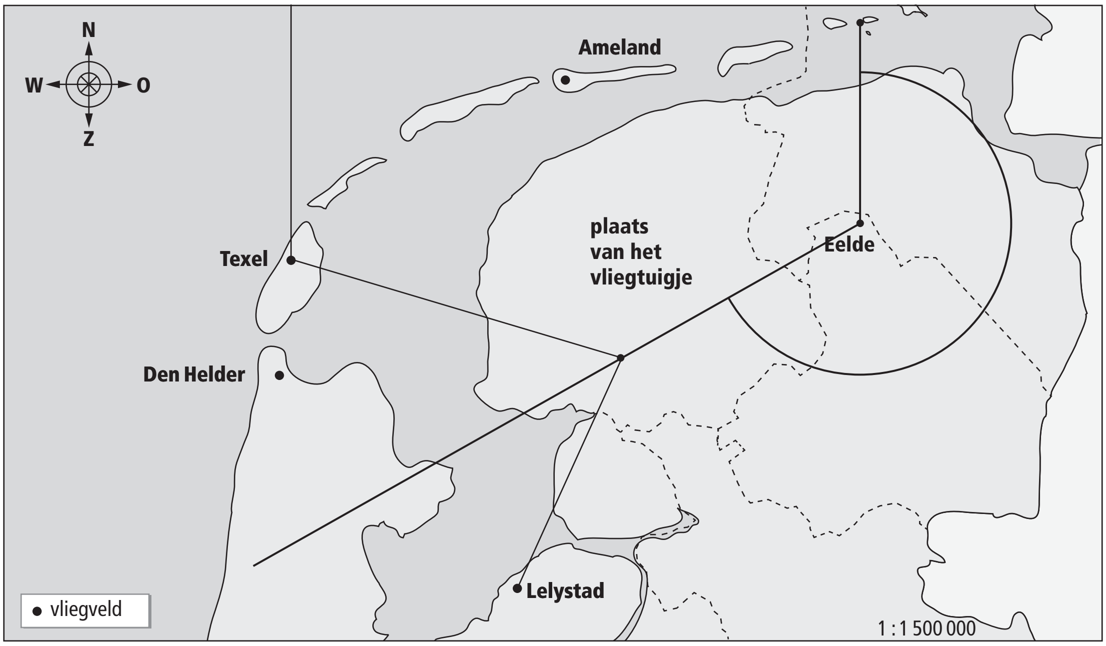
4a De afstand van Texel tot het vliegtuigje is 67,5 km.

b Het vliegtuigje vliegt op een hoogte van 800 meter.

5a 1 cm op de kaart is in werkelijkheid 1 500 000 cm = 15 km.

b Het vliegtuigje is 67,5 km van Texel verwijderd. Op de kaart is dat $67{,}5 : 15 = 4{,}5$ cm.

c



6a Op de kaart is de afstand van Eelde tot het vliegtuigje 3,6 cm, dus de werkelijke afstand is $3{,}6 \times 15$ km $= 54$ km. De koershoek vanuit Eelde is 245º. De hoogte is 800 meter. De coördinaten zijn (54 km, 245º, 800 m).

b Op de kaart is de afstand tot Lelystad 3,4 cm, dus de werkelijke afstand is $3{,}4 \times 15 = 51$ km.

c Vliegveld Eelde is het dichtste bij, dus daar kan hij het best landen.

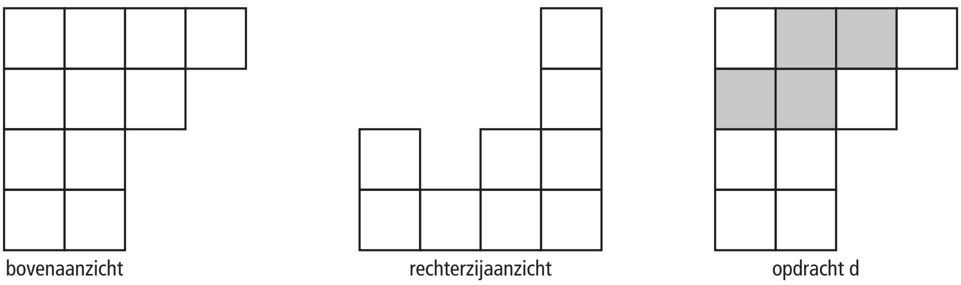
7a 30 km is op de kaart $30 : 15 = 2$ cm.

b Zie tekening opdracht 5. Het lesvliegtuig kan binnen de cirkel van vliegveld Eelde zijn.

c De cirkel heeft een straal van 30 km. De oppervlakte van het gebied is $30 \times 30 \times \pi \approx 2827$ km^2.

8-2 Aanzichten

8ac



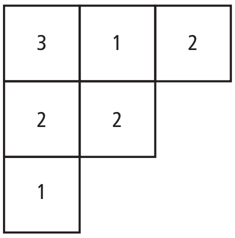
b Het bouwwerk bestaat uit 19 kubusjes.

c Zie rechterzijaanzicht.

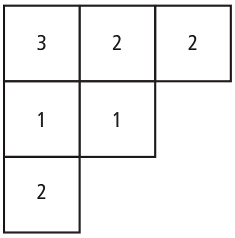
d Als je de bovenste kubus van drie van de vier aangegeven plaatsen in de rechter tekening weghaalt veranderen het bovenaanzicht en het rechtervooraaanzicht niet.

9a Jordy heeft gelijk. De bovenaanzichten van de bouwsels 1 en 2 zijn hetzelfde.

bc -

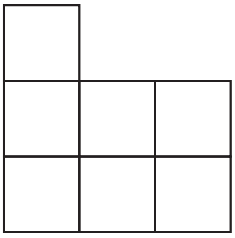


bouwsel 1

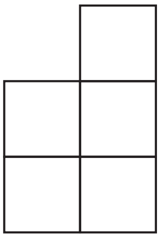


bouwsel 2

10ab

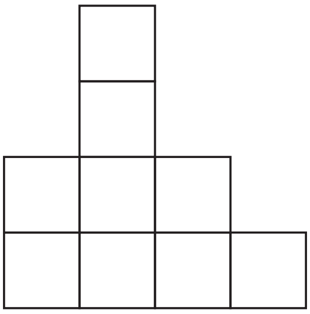


vooraanzicht

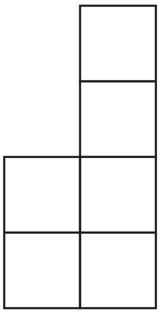


linkerzijaanzicht

11ab

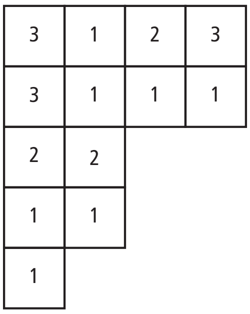


vooraanzicht

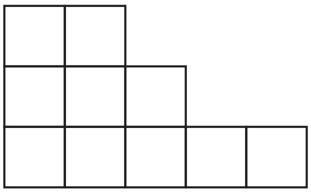


rechterzijaanzicht

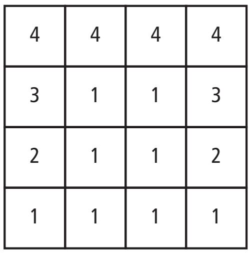
12abc



bovenaanzicht ❶

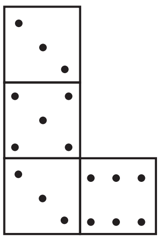


linkerzijaanzicht ❶



bovenaanzicht ❷

13a Zie aanzicht dobbelsteen.

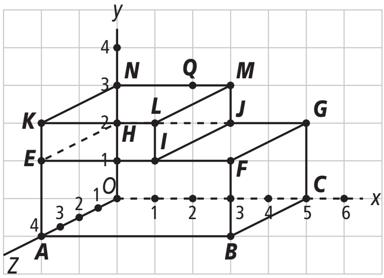


b Vanuit A zie je $6 + 3 + 5 + 3 = 17$ ogen.
Vanuit B zie je $6 + 4 + 4 + 4 + 1 = 19$ ogen.
Vanuit richting B zie je meer ogen.

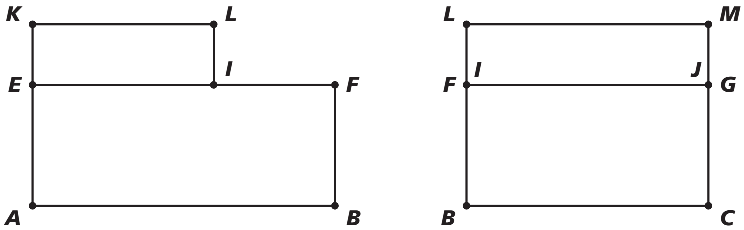
c Tegenover de bovenste 3 staat een 4. Tegenover de 5 staat een 2.
Van één van de andere dobbelstenen staat de 1 bovenop, dus ziet hij minimaal 2 ogen. Van de andere dobbelsteen staat de 4 bovenop, dus ziet hij minimaal 1 oog.
Hij ziet minimaal $4 + 2 + 2 + 1 = 9$ ogen.

14a $B(4, 5, 0)$ en $M(0, 3, 3)$

b



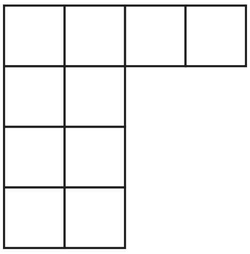
cd

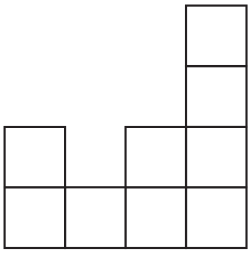


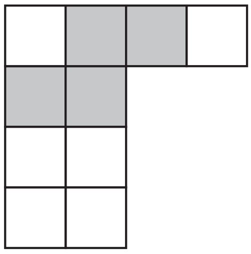
ICT Aanzichten

I-1ab -

c


bovenaanzicht


rechterzijaanzicht


opdracht f

d Het bouwwerk bestaat uit 18 kubusjes.

e Zie rechterzijaanzicht.

f Als je de bovenste kubus van de drie aangegeven plaatsen in de rechter tekening weghaalt veranderen het bovenaanzicht en het rechtervooraaanzicht niet.

I-2a -

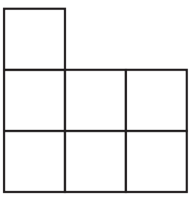
b 1: rechter zijaanzicht 2: linkerzijaanzicht
3: achteraanzicht 4: vooraanzicht

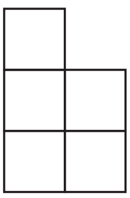
c -

I-3abcde -

f Je kunt dat niet zien, omdat beide bovenaanzichten gelijk zijn.

I-4


vooraanzicht


linkerzijaanzicht

I-5ab -

c Je hebt minimaal 10 kubusjes nodig voor een bouwsel met deze aanzichten.

d Je kunt maximaal 23 kubusjes gebruiken.

e

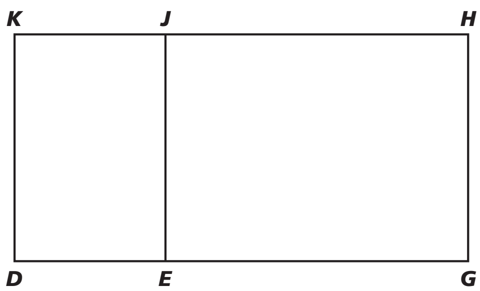
1	1	1	1
2	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2

I-6a Marijn ziet vier dobbelstenen. Van één dobbelsteen heeft de voorkant 1 oog, dus Martijn ziet 6 ogen. Er zijn twee dobbelstenen met 1 oog aan de bovenkant, dus van deze stenen ziet Martijn minimaal 2 ogen. Van de laatste dobbelsteen ziet Martijn minstens 1 oog. Bij elkaar ziet hij minimaal 6 + 2 + 2 + 1 = 11 ogen.

b Bij de bovenste twee dobbelstenen zie je in het rechteraanzicht 1 en 3 ogen.
Dan zitten aan de linkerkant 6 en 4 ogen (omdat voor- en achterkant samen 7 ogen zijn).
Bij de onderste twee dobbelstenen zouden maximaal 6 ogen kunnen zitten.
In totaal dus maximaal drie keer 6 ogen en één keer 4 ogen.

I-7a -

b



c $K(0, 0, 4)$ en $H(0, 6, 1)$

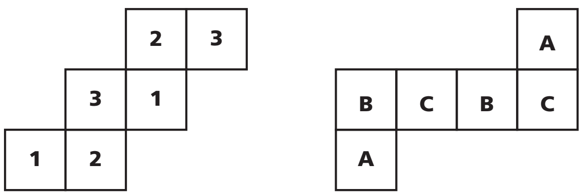
8-3 Uitslagen

15a Van de uitslagen 1, 3 en 4 kun je een kubus maken.

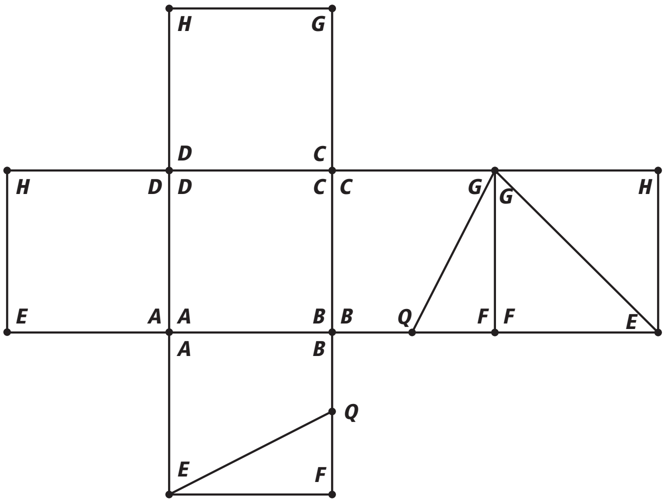
b Vlak 3 staat tegenover het rode vlak.

c Vlak 2 staat tegenover het blauwe vlak.

d



16abc -



d EQ ligt in grensvlak $ABFE$.

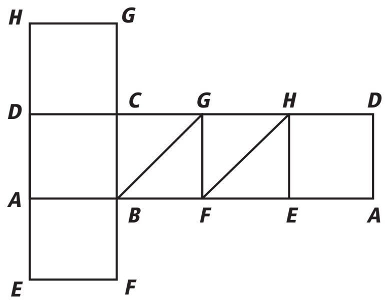
ef Zie tekening.

g

zijde	kwadraat
EF = 4 cm	16
FG = 4 cm	16 +
EG = ?	32

$EG = \sqrt{32} \approx 5{,}7$ cm

17abc Zie tekening.

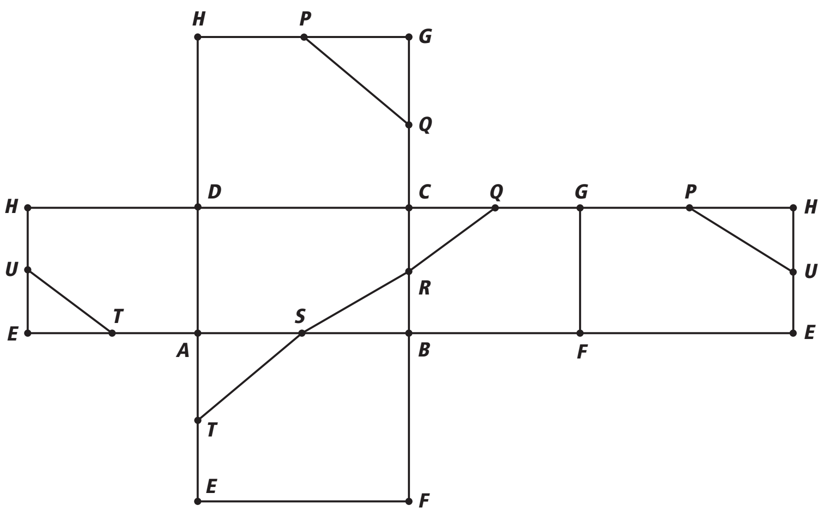


d

zijde	kwadraat
BF = 2 cm	4
FG = 2 cm	4 +
BG = ?	8

$BG = \sqrt{8} \approx 2{,}8$ cm

18ab

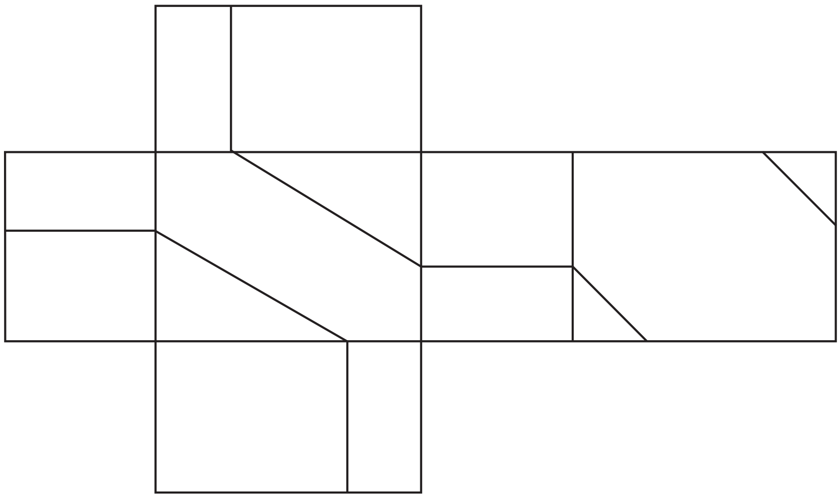


c

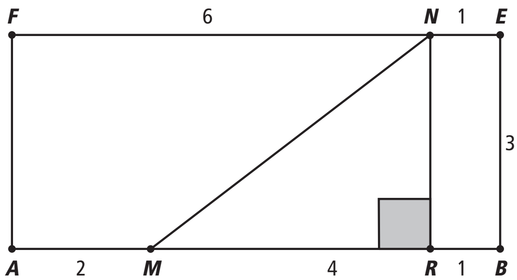
zijde	kwadraat
SB = 2,5 cm	6,25
BR = 1,5 cm	2,25 +
SR = ?	8,50

$ST = \sqrt{8{,}5} \approx 2{,}9$ cm

19ab



20a Zie tekening.



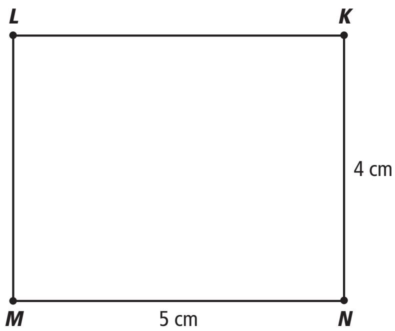
b

zijde	*kwadraat*
$MR = 4$ cm	16
$RN = 3$ cm	9 +
$MN = ?$	25

$MN = \sqrt{25} = 5$ cm

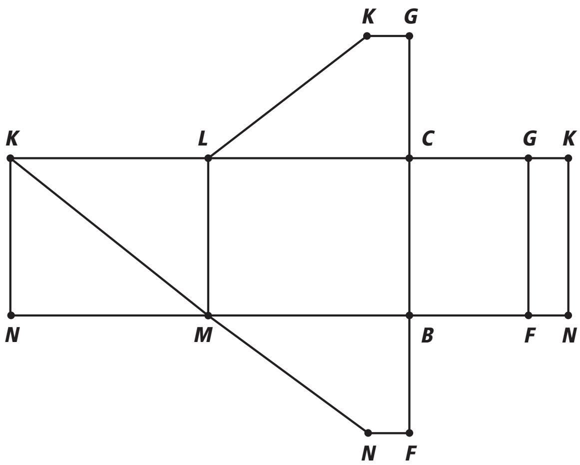
c $KLMN$ is in werkelijkheid een rechthoek.

d



21a $MBCL.NFGK$ kun je in gelijke plakken snijden, dus is het een prisma.

bc



d

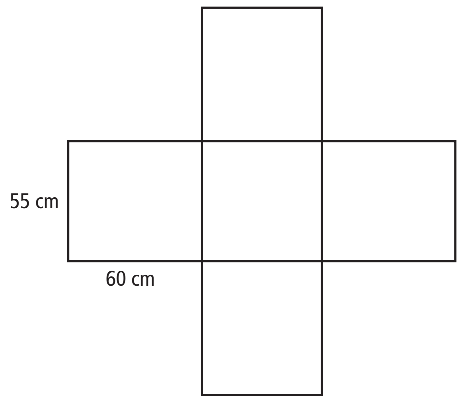
zijde	*kwadraat*
$NM = 5$ cm	25
$NK = 4$ cm	16 +
$MK = ?$	41

$MK = \sqrt{41} \approx 6{,}4$ cm

8-4 Oppervlakte en inhoud van ruimtefiguren

22a De uitslag bestaat uit vijf vlakken (want er zit geen deksel op).

b Zie uitslag.



c De oppervlakte bestaat uit vier rechthoeken van 60 cm bij 55 cm en een vierkant van 55 cm bij 55 cm.
De oppervlakte van de rechthoeken is
$4 \times 60 \times 55 = 13\,200$ cm^2,
De oppervlakte van het vierkant is $55 \times 55 = 3025$ cm^2.
De totale oppervlakte is $13\,200 + 3025 = 16\,225$ cm^2.

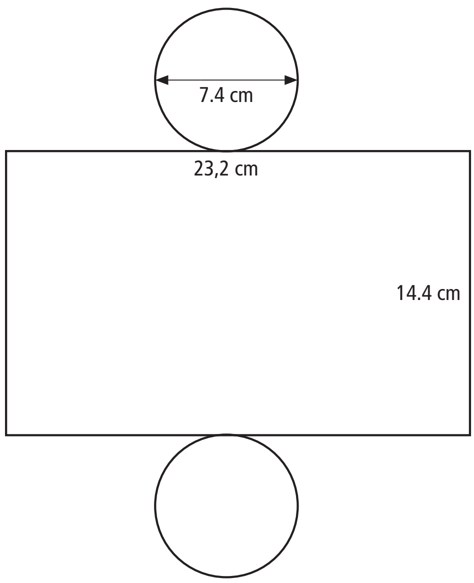
23a De oppervlakte van de bodem is $51 \times 51 = 2601$ cm^2.
De inhoud van de plantenbak is $2601 \times 58 = 150\,858$ cm^3.

b $150\,858$ cm^3 = $150{,}858$ dm^3 = $150{,}858$ liter, dus er gaat maximaal 150 liter aarde in de bak.

c $150 : 40 = 3{,}75$, dus er zijn 4 zakken aarde nodig. Dat kost $4 \times$ € 3,95 = € 15,80.

24a De diameter van het blik is $7{,}4 : 2 = 3{,}7$ cm.
De oppervlakte van de bodem is $3{,}7 \times 3{,}7 \times \pi = 43{,}00...$
De hoogte van het blik is 14,4 cm.
De inhoud is $43{,}00... \times 14{,}4 \approx 619$ cm^3.

b Zie tekening.



c De oppervlakte van het etiket is gelijk aan de oppervlakte van de rechthoek.
De breedte van de rechthoek is 14,4 cm en de lengte is gelijk aan de omtrek van een cirkel.
Omtrek cirkel = $\pi \times 7{,}4 = 23{,}24...$ cm.
De oppervlakte van de rechthoek $= 23{,}24... \times 14{,}4 \approx 335$ cm^2
De oppervlakte van het etiket is dus ongeveer 335 cm^2.

25a De ruimtefiguur links is een cilinder en de ruimtefiguur rechts is een prisma.

b Cilinder:
oppervlakte bodem = $3{,}5 \times 3{,}5 \times \pi = 38{,}48...$ dm en de hoogte is 3 dm.
De inhoud is $38{,}48 \times 3 \approx 115{,}5$ dm^3.

Prisma:
oppervlakte bodem = oppervlakte driehoek = $5 \times 4 : 2 = 10$ cm^2 en de hoogte is 8 cm.
De inhoud van het prisma is $10 \times 8 = 80$ cm^3.

26a De oppervlakte van de bodem is $15 \times 15 = 225$ cm^2.
De inhoud van de kaars is dan $225 \times 16 : 3 = 1200$ cm^3.

b 1200 cm^3 = 1,2 dm^3 = 1, 2 liter, dus er gaat 1,2 liter paraffine en stearine in de kaars.

27a De oppervlakte van de bodem van deze kaars is $20 \times 20 = 400$ cm^2.
De inhoud van deze kaars is $400 \times 18 : 3 = 2400$ cm^3.

b 2400 cm^3 = 2,4 dm^3 = 2,4 liter, dus er gaat 2,4 liter paraffine en stearine in de kaars.

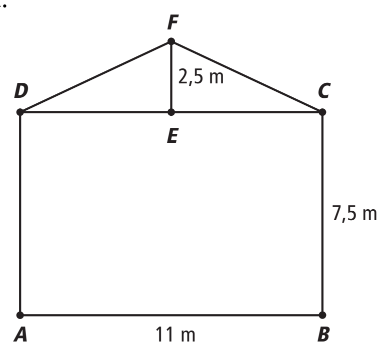
28a Je kunt het huis in ‘gelijke plakken snijden’, dus is de vorm een prisma.

b De voorkant van het huis is de bodem van het prisma.

c De bodem bestaat uit een rechthoek en een driehoek.
oppervlakte rechthoek = $11 \times 7{,}5 = 82{,}5$ m^2
oppervlakte driehoek = $11 \times 2{,}5 : 2 = 13{,}75$ m^2
oppervlakte bodem = $82{,}5 + 13{,}75 = 96{,}25$ m^2

d De hoogte van het prisma is 8 m.
De inhoud is dan $96{,}25 \times 8 = 770$ m^3.

e De oppervlakte van de bodem blijft 96,25 m^2.
De inhoud wordt dan $96{,}25 \times 12 = 1155$ m^3.



29a *Inhoud kegel* = *oppervlakte bodem* $\times$ *hoogte* : 3
oppervlakte bodem = $21 \times 21 \times \pi = 1385{,}44...$
Dan is de inhoud van de kegel $1385{,}44... \times 86 : 3 \approx 39\,716$ cm^3.

b 39 716 cm^3 = 39,716 dm^3 = 39,716 liter
De inhoud van de bak is ongeveer 40 liter.

30 *oppervlakte bodem* = $24 \times 24 \times \pi = 1809{,}55...$
Dan is de inhoud van de kegel $1809{,}55... \times 92 : 3 \approx 55\,493$ cm^3.
55 493 cm^3 = 55,493 dm^3 = 55,493 liter
De inhoud van de bak is dus meer dan 50 liter.

8-5 Oppervlakte samengestelde ruimtefiguren

31 In totaal moeten drie vierkanten worden schoongemaakt en acht rechthoeken.
De oppervlakte van één vierkant is $1{,}80 \times 1{,}80 = 3{,}24$ m^2.
Elk van de rechthoeken heeft oppervlakte $1{,}80 \times 2{,}40 = 4{,}32$ m^2.
In totaal moet $3 \times 3{,}24 + 8 \times 4{,}32 = 44{,}28$ m^2 worden schoongemaakt.

32a Het rode deel bestaat uit vier rechthoeken.
Er zijn twee rechthoeken van 60 cm bij 50 cm.
De oppervlakte van deze twee rechthoeken samen is $2 \times 60 \times 50 = 6000$ cm^2.
Er zijn ook twee rechthoeken van 60 cm bij 30 cm.
De totale oppervlakte van deze twee rechthoeken samen is $2 \times 60 \times 30 = 3600$ cm^2.
De oppervlakte van het rode deel is $6000 + 3600 = 9600$ cm^2.
Dat is gelijk aan $9600 : 100 = 96$ dm^2.

b Ook het gele gedeelte bestaat uit vier rechthoeken.
Twee rechthoeken zijn 120 cm bij 60 cm. Dat is 12 dm bij 6 dm.
De oppervlakte van deze twee rechthoeken samen is $2 \times 12 \times 6 = 144$ dm^2.

De andere twee rechthoeken zijn 50 cm bij 60 cm, dus 5 dm bij 6 dm.
De oppervlakte van deze twee rechthoeken is $2 \times 5 \times 6 = 60$ dm^2.
Het gele deel is $144 + 60 = 204$ dm^2.

c Het groene deel bestaat uit twee driehoeken en twee rechthoeken.
De oppervlakte van één driehoek is $60 \times 30 : 2 = 900$ dm^2.
De oppervlakte van de twee driehoeken samen is $2 \times 900 = 1800$ dm^2.
De oppervlakte van de rechthoek achter is $60 \times 50 = 3000$ dm^2.
Van de rechthoek die schuin naar achteren helt moeten we eerst de zijde berekenen met de stelling van Pythagoras (toepassen in de driehoek vooraan).

zijde	*kwadraat*
30 cm	900
60 cm	3600 +
?	4500

langste zijde $= \sqrt{4500}$ cm
De rechthoek heeft zijden van $\sqrt{4500}$ cm en 50 cm,
dus oppervlakte $\sqrt{4500} \times 50 \approx 3354$ cm^2.
De totale oppervlakte van het groene deel is $1800 + 3000 + 3354 = 8154$ cm^2.

d Het donkerbruine deel boven heeft oppervlakte $9 \times 5 = 45$ dm^2.
De totale oppervlakte:

rode deel	96	dm^2
gele deel	204	dm^2
groene deel	81,54	dm^2
bruine deel	45	dm^2 +
totaal	426,54	dm^2

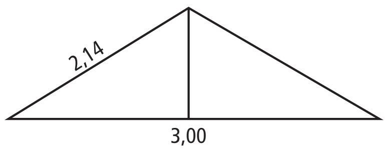
De totale oppervlakte is ongeveer 427 dm^2.

33a In de tent zitten een balk en een piramide.

b Elk van de zijkanten zijn rechthoeken van 3 m bij 2,10 meter hoog.
De vier zijkanten hebben een oppervlakte van $4 \times 3 \times 2{,}10 = 25{,}2$ m^2.

c Het dak bestaat uit vier driehoeken

zijde	*kwadraat*
1,50 m	2,25
hoogte = ?	2,3296 +
2,14 m	4,5796



dakdeel

hoogte $= \sqrt{2{,}3296}$
De oppervlakte van één dakdeel is $3 \times \sqrt{2{,}3296} : 2 \approx 2{,}3$ m^2.

d Je moet ook nog het grondzeil hebben. De oppervlakte daarvan is $3 \times 3 = 9$ m^2.
Dan is de totale oppervlakte $25{,}2 + 4 \times 2{,}3 + 9 = 43{,}4$ m^2.

34a In de figuur herken je een balk en een cilinder (het gat).

b De oppervlakte van de rechthoek is $180 \times 90 = 16\,200$ cm^2.
De halve cirkel heeft een diameter van $180 - 2 \times 10 = 160$ cm,
dus een straal van 80 cm.
De oppervlakte van de halve cirkel met straal 80 cm is $80 \times 80 \times \pi : 2 = 10\,053{,}09...$
De oppervlakte van het rode deel is ongeveer $16\,200 - 10\,053 = 6147$ cm^2.

c Het gele gebied is een rechthoek van 30 cm breed en een lengte gelijk aan de omtrek van de halve cirkel met diameter 160 cm.
De omtrek van de halve cirkel is $\pi \times 160 : 2 = 251{,}32...$ cm.
De oppervlakte van het gele deel is $30 \times 251{,}32... \approx 7540$ cm^2.

d Elk blauw vlak is 180 cm lang en 30 cm hoog,
dus de oppervlakte is $180 \times 30 = 5400$ cm^2.
De vier blauwe vlakken samen zijn dus 4×5400 cm^2 $= 21\,600$ cm^2

e

Oppervlakte rode deel		6147 cm^2
oppervlakte gele deel		7540 cm^2
oppervlakte blauwe deel	$2 \times 5400 =$	10 800 cm^2
oppervlakte groene delen	$2 \times 10 \times 30 =$	600 cm^2 +
totaal		25 087 cm^2

Er moet ongeveer 25 087 cm^2 behandeld worden. Dat is bijna 251 dm^2.

8-6 Inhoud samengestelde figuren

35a Er zijn twee mogelijkheden:
1) $50 \times 65 \times 20$ cm en $50 \times 45 \times 20$ cm
of
2) $50 \times 20 \times 20$ cm en $50 \times 45 \times 40$ cm

b 1) $50 \times 65 \times 20 = 65\,000$ cm^3 en $50 \times 45 \times 20 = 45\,000$ cm^3
of
2) $50 \times 20 \times 20 = 20\,000$ cm^3 en $50 \times 45 \times 40 = 90\,000$ cm^3

c De totale inhoud van balk A is 110 000 cm^3
(65 000 + 45 000 of 90 000 + 20 000).

d Figuur B is in drie balken te verdelen met afmetingen:
links $18 \times 50 \times 45$ dm, midden $14 \times 30 \times 45$ dm en rechts $18 \times 50 \times 45$ dm.

De inhoud van het linkerdeel is $18 \times 50 \times 45 =$	40 500 dm^3
De inhoud van het middendeel is $14 \times 30 \times 45 =$	18 900 dm^3
De inhoud van het rechterdeel is $18 \times 50 \times 45 =$	40 500 dm^3 +
De totale inhoud is	99 900 dm^3

36a Het sap kan in een cilinder met een diameter van 12,8 cm en
een hoogte van $3{,}2 - 0{,}5 = 2{,}7$ cm.
De straal van de bodem is $12{,}8 : 2 = 6{,}4$ cm.
De oppervlakte van de bodem is $6{,}4 \times 6{,}4 \times \pi = 128{,}67...$ cm^2.
De inhoud van de bak tot een hoogte van 2,7 cm is $128{,}67... \times 2{,}7 = 347{,}43...$ cm^3.
Daar moet nog af de binnenste cilinder met een doorsnede van 3 cm (straal 1,5 cm)
en een hoogte van 2,7 cm.
De oppervlakte van de bodem van deze cilinder is $1{,}5 \times 1{,}5 \times \pi = 7{,}06...$ cm^2.
De inhoud is $7{,}06... \times 2{,}7 = 19{,}08...$ cm^3.
In het bakje kan dus ongeveer $347 - 19 = 328$ cm^3 sap.

b 328 cm^3 = 0,328 dm^3 = 0,328 liter = 32,8 cL
Er gaat 32,8 cL sap in de bak.

c 32,8 cL = 328 mL
$328 : 175 = 1{,}87...$, dus je kunt er ongeveer 2 glazen mee vullen.

37a De T-balk bestaat uit een balk van $400 \times 40 \times 12$ cm en
een balk van 400 cm $\times$ 50 cm $\times$ 12 cm.
De inhoud van de eerste balk is $400 \times 40 \times 12 = 192\,000$ cm^3.
De inhoud van de tweede balk is $400 \times 50 \times 12 = 240\,000$ cm^3.

De inhoud van de T-balk is 192 000 + 240 000 = 432 000 cm^3.

b 432 000 cm^3 = 432 dm^3 = 0,432 m^3
Voor 45 balken is nodig 45 × 0,432 = 19,44 m^3.

c 19,44 m^3 = 19,44 kuub, dus de kosten zijn 19,44 × € 80 = € 1555,20.

38a In de buitenlamp zijn een balk en een piramide te herkennen.

b De oppervlakte van de bodem van de balk is 20 × 20 = 400 cm^2.
De inhoud van de balk is 400 × 23 = 9200 cm^3.
De oppervlakte van de bodem van de piramide is gelijk aan de oppervlakte van de bodem van de balk is 400 cm^2.
De inhoud van de piramide is 400 × 12 : 3 = 1600 cm^3.
De totale inhoud van de buitenlamp is 9200 + 1600 = 10 800 cm^3.

39 Eén glaasje voor de onderkant is een rechthoek met afmetingen 19,5 × 22,5 cm.
De oppervlakte van zo'n stuk glas is 19,5 × 22,5 = 438,75 cm^2.
De vier glazen delen voor de onderkant hebben oppervlakte 4 × 438,75 = 1755 cm^2.
In totaal is de glasoppervlakte 1755 + 589,7 = 2344,7 cm^2.

40a De maten zijn aangegeven in mm.

b De afmetingen van de hal plus woonkamer zijn 6400 mm bij 8200 mm.
Dat is gelijk aan 6,4 m bij 8,2 m, dus de oppervlakte van de woonkamer plus hal is 6,4 × 8,2 = 52,48 m^2.
De oppervlakte van de hal is 3 × 4,2 = 12,6 m^2.
De oppervlakte van de woonkamer is 52,48 − 12,6 = 39,88 m^2, afgerond is dat 40 m^2.

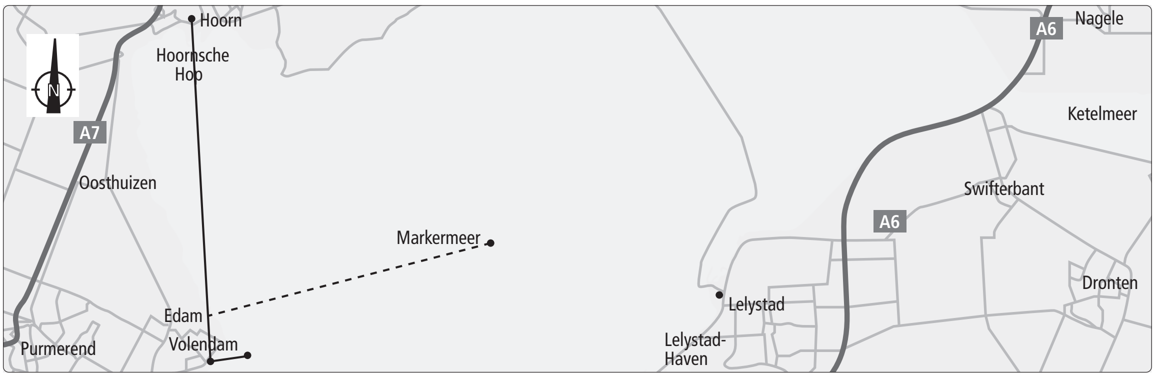
c De houten vloer kost ongeveer 40 × € 45 = € 1.800,-.

d De woonkamer heeft de vorm van een prisma met een bodem van 39,88 m^2 en een hoogte van 250 cm = 2,5 m.
De inhoud van de woonkamer is 39,88 × 2,5 = 99,7 m^3, afgerond is dat 100 m^3

Extra oefening

E-1a De koershoek van Volendam naar Lelystad is ongeveer 82°.

b Schaal 1 : 360 000 betekent dat 1 cm op de kaart in werkelijkheid 3,6 km is.
1,8 km in werkelijkheid is dan 0,5 cm op de kaart.

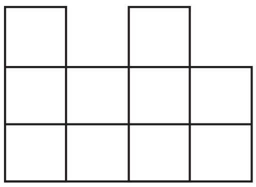


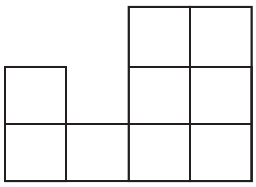
schaal 1:360 000

c De afstand van Hoorn naar het punt van koersverandering is op de kaart 4,5 cm.
In werkelijkheid is dat $4{,}5 \times 3{,}6 = 16{,}2$ km.
De koershoek is ongeveer 170º, dus vanuit Hoorn zijn de coördinaten (16,2 km, 170º).

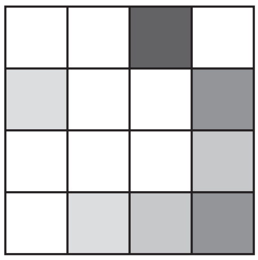
d In totaal heeft ze dan $1{,}8 + 16{,}2 = 18$ km gevaren.

E-2ab


vooraanzicht


rechter zijaanzicht

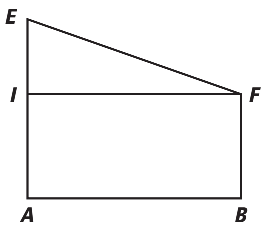
c



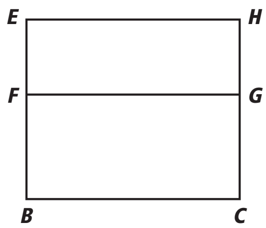
Annemiek heeft keuzes. Op het donkerste vierkant kan ze drie kubusjes kwijt. Op de middelgrijze kleur kan ze twee kubusjes kwijt en op de lichtgrijze vakjes kan er nog één kubusje geplaatst.

E-3a $I(7, 0, 3)$ en $F(7, 6, 3)$

bc



vooraanzicht



rechter zijaanzicht

d

zijde	*kwadraat*
$IF = 6$ cm	36
$IE = 2$ cm	4 +
$EF = ?$	40

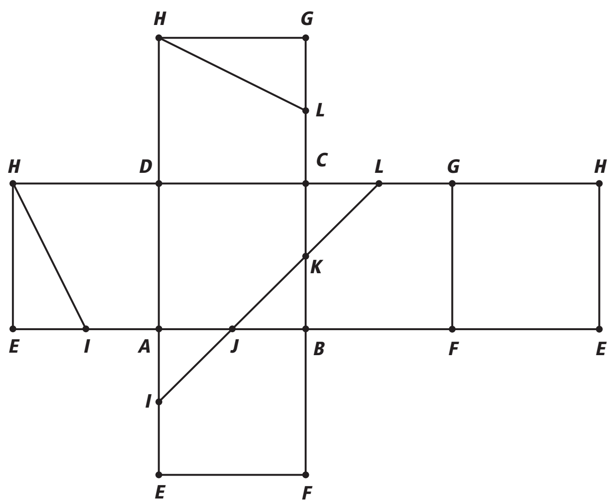
$EF = \sqrt{40} \approx 6{,}3$ cm

E-4ab Zie tekening.

c Het langste rode lijnstuk is HL.
De lengte is te berekenen in driehoek HGL.

zijde	*kwadraat*
$GH = 5$ cm	25
$GL = 2$ cm	4 +
$HL = ?$	29

$HL = \sqrt{29} \approx 5{,}4$ cm



E-5a Figuur A is een cilinder en figuur B is een balk.
b De straal van de bodem is 1,40 : 2 = 0,70 m.
De oppervlakte van de bodem is $0{,}70 \times 0{,}70 \times \pi = 1{,}53...\ m^2$.
De inhoud van de cilinder A is $1{,}53... \times 12 \approx 18{,}5\ m^3$.
c De oppervlakte van de bodem van de balk is $2{,}8 \times 2{,}7 = 7{,}56\ m^2$.
De inhoud van blak B is $7{,}56 \times 0{,}8 = 6{,}048\ m^3$.

E-6a De voorkant bestaat uit een rechthoek van 9 bij 9 cm en een rechthoek van 3 bij 6 cm.
De oppervlakte van de eerste rechthoek is $9 \times 9 = 81\ cm^2$.
De oppervlakte van de tweede rechthoek is $3 \times 6 = 18\ cm^2$.
De totale oppervlakte van de voorgevel is $81 + 18 = 99\ cm^2$.
b De oppervlakte van de voorkant is $99\ cm^2$.
De oppervlakte van de achterkant is ook $99\ cm^2$.
De oppervlakte van de rechterzijkant is $9 \times 8{,}5 = 76{,}5\ cm^2$.
De oppervlakte van de linkerzijkant is $6 \times 8{,}5 + 3 \times 8{,}5 = 76{,}5\ cm^2$.
De oppervlate van het dak is $9 \times 8{,}5 = 76{,}5\ cm^2$.
De oppervlakte van het balkon is $3 \times 8{,}5 = 25{,}5\ cm^2$.
De oppervlakte van de bodem is $12 \times 8{,}5 = 102\ cm^2$.
De totale oppervlakte is $99 + 99 + 76{,}5 + 76{,}5 + 76{,}5 + 22{,}5 + 102 = 552\ cm^2$.

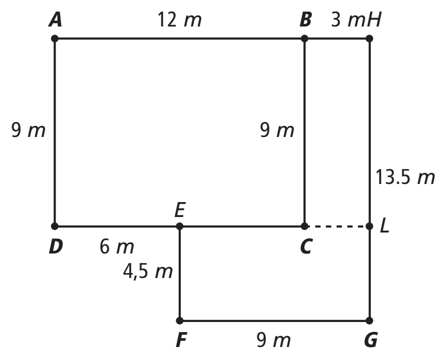
E-7a De maten zijn in mm.
b De lengte van woonkamer plus hal is 10 400 mm = 10,4 m.
De breedte van woonkamer plus hal is 2700 + 4000 = 6700 mm = 6,7 m.
De oppervlakte van woonkamer plus hal is $10{,}4 \times 6{,}7 = 69{,}68\ m^2$.

De hal is 5000 mm = 5 m lang en 2700 mm = 2,7 m breed.
De oppervlakte van de hal is $5 \times 2{,}7 = 13{,}5\ m^2$.

De oppervlakte van de woonkamer is $69{,}68 - 13{,}5 = 56{,}18\ m^2$.
Afgerond is de oppervlakte $56\ m^2$.
c De kosten zijn ongeveer $56{,}18 \times$ € 245 = € 13.764,10.
d De oppervlakte van de bodem woonkamer is $56{,}18\ m^2$.
De inhoud van de woonkamer is $56{,}18 \times 2{,}5 = 140{,}45\ m^3$
Afgerond is de inhoud $140\ m^3$.

Verwerken en toeapassen

V-1a Zie tekening.
b De vergroting kun je opdelen in een rechthoek van 9 bij 4,5 m en een rechthoek van 3 bij 9 m.
De oppervlakte van de uitbouw is $9 \times 4{,}5 + 3 \times 9 = 67{,}5\ m^2$.
c De oppervlakte van de uitbouw is $67{,}5\ m^2$.
De hoogte van de uitbouw is 3 m.
De inhoud van de uitbouw is $67{,}5 \times 3 = 202{,}5\ m^3$.
d Het huis heeft een oppervlakte van $12 \times 9 = 108\ m^2$.
De hoogte van het huis is 6 m.
De inhoud van het huis is $108 \times 6 = 648\ m^3$.
De inhoud van het huis met uitbouw is $648 + 202{,}5 = 850{,}5\ m^3$.



V-2a De blauwe rechthoek is 12 dm lang en 6 dm breed,
dus de oppervlakte is $12 \times 6 = 72$ dm^2.
Van de twee driehoeken kun je een vierkant maken met zijden van 6 dm.
De oppervlakte van de twee driehoeken samen is $6 \times 6 = 36$ dm^2.
Er moet $72 + 36 = 98$ dm^2 blauw worden geverfd.

b In totaal moeten acht zwarte vlakjes geschilderd worden.
De vier kleine stukjes zijn allemaal 12 bij 4 dm.
De oppervlakte van deze vier stukjes samen is $4 \times 12 \times 4 = 192$ dm^2.
De oppervlakte de bovenkant van het grote deel is $15 \times 12 = 180$ dm^2.
Van de twee driehoeken kun je een vierkant maken met zijden van 15 dm.
De oppervlakte van de twee driehoeken samen is $15 \times 15 = 225$ dm^2.
De onderkant is een rechthoek. De breedte is 12 dm, de lengte moet eerst berekend worden met behulp van de stelling van Pythagoras.

zijde	*kwadraat*
15 dm	225
15 dm	225 +
langste zijde = ?	450

langste zijde $= \sqrt{450} \approx 21{,}21...$ cm
De oppervlakte van het zwarte deel onder is $12 \times \sqrt{450} \approx 254{,}6$ dm^2.
Het zwarte deel is dus $192 + 180 + 225 + 254{,}6 \approx 852$ dm^2.

c 852 dm$^2 = 852 : 100 = 8{,}52$ m^2, dus aan één bus verf heeft de schilder niet genoeg.

d Het zwarte deel bestaat uit een balk en een prisma.
De oppervlakte van de bodem van de balk is $4 \times 12 = 48$ dm^2.
De hoogte is 12 dm, dus de inhoud van de balk is $48 \times 12 = 576$ dm^3.
De bodem van het grote deel is de driehoek.
De oppervlakte van de bodem van het prisma is $15 \times 15 : 2 = 112{,}5$ dm^2.
De hoogte van het prisma is 12 dm, dus
de inhoud van het prisma is $112{,}5 \times 12 = 1350$ dm^3.
De inhoud van het zwarte deel is $576 + 1350 = 1926$ dm^3.

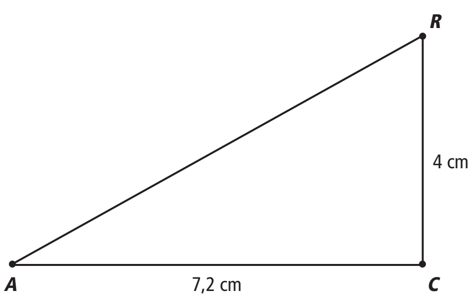
V-3a $P(4, 3, 2)$ en $R(0, 6, 4)$

b Het grondvlak is een rechthoek van 6 bij 4 cm.
Driehoek ABC is een rechthoekige driehoek met rechthoekszijden $AB = 6$ cm en $BC = 4$ cm. AC is de langste zijde van deze driehoek.

zijde	*kwadraat*
AB = 6 cm	36
BC = 4 cm	16 +
AC = ?	52

$AC = \sqrt{52} \approx 7{,}2$ cm

c Driehoek ACR is een rechthoekige driehoek met rechthoekszijden $AC = 7{,}2$ cm en $CR = 4$ cm.



d

zijde	*kwadraat*
$AC = \sqrt{52}$ cm	52
$CR = 4$ cm	$\underline{16}$ +
$AR = ?$	68

$AR = \sqrt{68} \approx 8{,}2$ cm

e Deze ruimtefiguur bestaat uit een balk en een prisma.
De bodem van de balk heeft een oppervlakte van $6 \times 4 = 24$ cm^2 en de hoogte van de balk is 2 cm
De inhoud van de balk is $24 \times 2 = 48$ cm^3.
De bodem van het prisma is de driehoek met oppervlakte $3 \times 2 : 2 = 3$ cm^2.
De hoogte is 4 cm, dus de inhoud van het prisma is $3 \times 4 = 12$ cm^3.
De inhoud van het ruimtefiguur is $48 + 12 = 60$ cm^3.

V-4a

b De uitslag bestaat uit vier rechthoeken van 6 cm bij 1 cm en twee vierkanten van 1 bij 1 cm.
De oppervlakte van de vier rechthoeken samen is $4 \times 6 \times 1 = 24$ cm^2.
De oppervlakte van de twee vierkantjes samen is $2 \times 1 \times 1 = 2$ cm^2.
De totale oppervlakte is $24 + 2 = 26$ cm^2.

c De oppervlakte van de bodem is $6 \times 1 = 6$ cm^2.
De hoogte is 1 cm, dus de inhoud van het doosje is $6 \times 1 = 6$ cm^3.

d De uitslag bestaat uit:

bodem en deksel:	oppervlakte $= 2 \times 3 \times 2 =$	12 cm^2
voor en achterkant:	oppervlakte $= 2 \times 2 \times 1 =$	4 cm^2
linker- en rechter zijkant:	oppervlakte $= 2 \times 3 \times 1 =$	$\underline{6 \text{ cm}^2}$ +
de totale oppervlakte van het doosje is		22 cm^2

V-5abc

B	G	W
W	B	G
G	W	B

bovenaanzicht

B	B	B
W	B	B
W	G	B

achteraanzicht

B	B	B
B	W	W
B	W	G

linker zijaanzicht

V-6a De oppervlakte van de vloer bestaat uit een rechthoek en twee halve cirkels.
De rechthoek heeft afmetingen 948 cm = 9,48 m en 540 cm = 5,4 m.
De oppervlakte van de rechthoek is $9{,}48 \times 5{,}4 = 51{,}192$ m^2.
De grootste halve cirkel heeft diameter 473 cm = 4,73 meter,
dus straal $4{,}73 : 2 = 2{,}365$ m.

De oppervlakte van deze halve cirkel is $\frac{1}{2} \times 2{,}365 \times 2{,}365 \times \pi \approx 8{,}786\ m^2$.
De kleinere halve cirkel heeft diameter 540 − 270 = 270 cm = 2,7 m.
De straal is dan 2,7 : 2 = 1,35 m.
De oppervlakte van deze halve cirkel is $\frac{1}{2} \times 1{,}35 \times 1{,}35 \times \pi \approx 2{,}863\ m^2$.
De totale oppervlakte is 51,192 + 8,786 + 2,863 = 62,841 m^2.
De oppervlakte van de woonkamer is ongeveer 63 m^2.

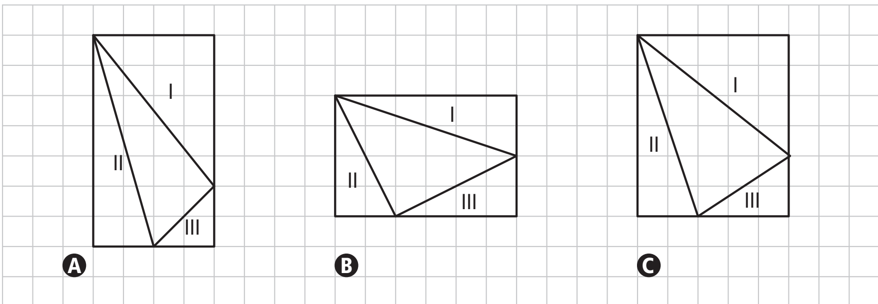
b De houten vloer kost ongeveer 63 × € 45 = € 2.835,-.

c De oppervlakte van de bodem is ongeveer 62,841 m^2.
De hoogte is 270 cm = 2,7 m.
De inhoud van de kamer is $62{,}841 \times 2{,}7 \approx 170\ m^3$.

Rekenen 10

R-1a $3{,}72 - 8{,}4 \times 2{,}1 = -13{,}92$
b $2{,}4^2 + 6{,}5 : 5 = 7{,}06$
c $(9{,}54 + 3{,}16) \times (8{,}4 - 3{,}17) \approx 66{,}42$
d $5{,}75 : 8{,}3 \times 24 \approx 16{,}63$
e $15 \times (6{,}6 + 3{,}33) = 148{,}95$
f $-50{,}62 : -8{,}3 + -2{,}7 \times 1{,}9 \approx 0{,}97$

R-2



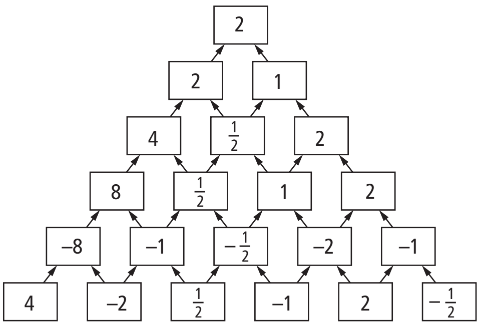
Driehoek A:
Oppervlakte rechthoek = 4 × 7 = 28
Oppervlakte I = 4 × 5 : 2 = 10
Oppervlakte II = 7 × 2 : 2 = 7
Oppervlakte III = 2 × 2 : 2 = 2
Oppervlakte driehoek A = 28 – 10 – 7 – 2 = 9

Driehoek B:
Oppervlakte rechthoek = 6 × 4 = 24
Oppervlakte I = 6 × 2 : 2 = 6
Oppervlakte II = 4 × 2 : 2 = 4
Oppervlakte III = 4 × 2 : 2 = 4
Oppervlakte driehoek B = 24 – 6 – 4 – 4 = 10

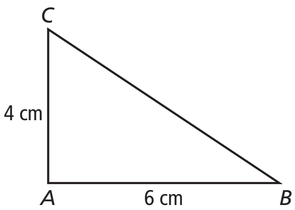
Driehoek C:
Oppervlakte rechthoek $= 5 \times 6 = 30$
Oppervlakte I $= 4 \times 5 : 2 = 10$
Oppervlakte II $= 6 \times 2 : 2 = 6$
Oppervlakte III $= 3 \times 2 : 2 = 3$
Oppervlakte driehoek C $= 30 - 10 - 6 - 3 = 11$

R-3a 15 m = 1500 cm
b 12 kg = 12 000 gram
c 3,2 liter = 320 cL
d 6000 cm^2 = 60 dm^2
e 500 mg = 0,5 gram
f 150 mL = 0,15 liter
g 3,7 liter = 3,7 dm^3
h 2,7 dm^3 = 2700 cm^3
i 8,1 km = 8100 m
j 22 m^2 = 2200 dm^2
k 0,75 kg = 750 000 mg
l 86 000 mm^2 = 8,6 dm^2
m 420 000 cm^3 = 0,42 m^3
n 750 cL = 7,5 liter = 7,5 dm^3
o 900 000 cm^3 = 0,9 m^3

R-4



R-5a



b

zijde	*kwadraat*
$AB = 6$ cm	36
$AC = 4$ cm	$\underline{16}$ +
$BC = ?$	52

$BC = \sqrt{52} \approx 7{,}2$ cm

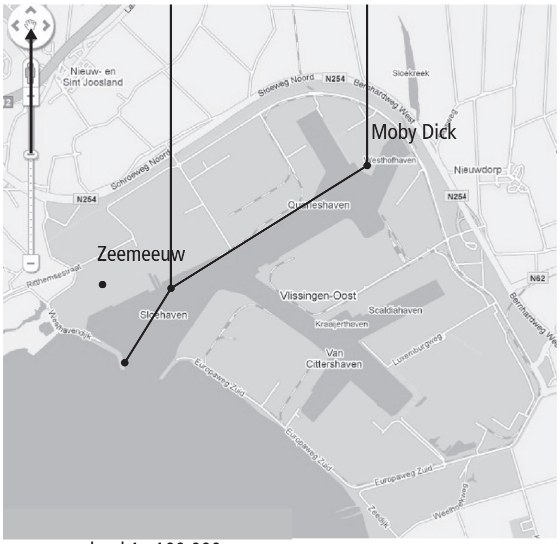
c $\sin \angle B = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{4}{\sqrt{52}} \approx 0{,}555$ $\quad \cos \angle B = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{6}{\sqrt{52}} \approx 0{,}832$

$\tan \angle B = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{4}{6} \approx 0{,}667$

d Bijvoorbeeld $\angle B = \sin^{-1}(4 : \sqrt{52}) \approx 34°$.

Oefenopdrachten bij hoofdstuk 8

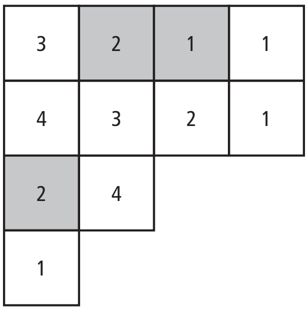
1a



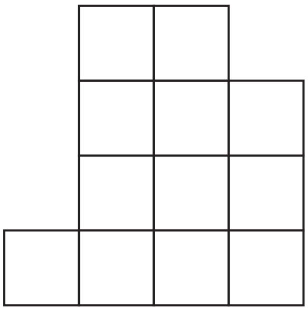
schaal 1 : 100 000

b Jantien kan bijvoorbeeld een route van ongeveer 155º varen om de haven uit te komen.

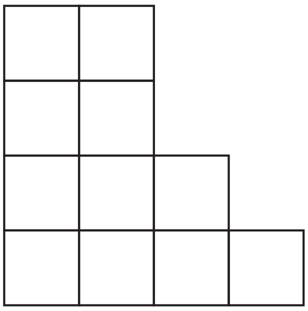
2abc



bovenaanzicht



rechter zijaanzicht



vooraanzicht

d Op de grijze plaatsen van het bovenaanzicht kan Dineke extra kubusjes plaatsen. In het meest linkse vakjes twee kubusjes en in de andere twee één kubusje.

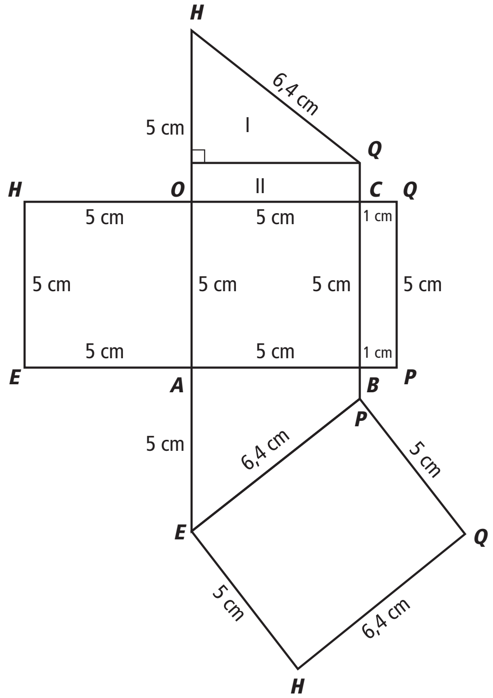
3a $P(5, 5, 1)$ en $Q(0, 5, 1)$

b Pas de stelling van Pythagoras toe in driehoek EFP.

zijde	*kwadraat*
$EF = 5$ cm	25
$PF = 4$ cm	$\underline{16}$ +
$PE = ?$	41

$PE = \sqrt{41} \approx 6{,}4$

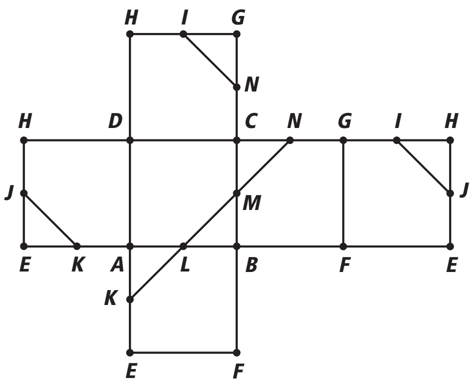
c Zie tekening uitslag.



d De bodem van het prisma is vlak $OCQH$.
In de tekening is te zien dat het vlak verdeeld kan worden in een rechthoek en een driehoek.
De oppervlakte van de rechthoek is $5 \times 1 = 5$ cm^2.
De oppervlakte van de driehoek is $5 \times 4 : 2 = 10$ cm^2.
De oppervlakte van de bodem van het prisma is $5 + 10 = 15$ cm^2.

e De hoogte van het prisma is 5 cm.
De inhoud van het prisma is $15 \times 5 = 75$ cm^3.

4abc



5a 3×50 cm $= 150$ cm $= 1{,}50$ m; 3×1 m $= 3$ m; 3×6 dm $= 18$ dm $= 1{,}80$ m
De lengten van de zijden van het nieuwe kippenhok zijn 1,50 m, 3 m en 1,80 m.
Twee vlakken hebben oppervlakte $1{,}50 \times 3 = 4{,}50$ m^2.
Twee vlakken hebben oppervlakte $1{,}50 \times 1{,}80 = 2{,}70$ m^2.
Twee vlakken hebben oppervlakte $3 \times 1{,}80 = 5{,}40$ m^2.
De totale oppervlakte is $2 \times 4{,}50 + 2 \times 2{,}70 + 2 \times 5{,}40 = 25{,}2$ m^2.

b De bodem van het nieuwe kippenhok heeft oppervlakte $1{,}50 \times 3 = 4{,}50$ m^2.
De hoogte is 1,80 m. De inhoud is $4{,}50 \times 1{,}80 = 8{,}1$ m^3.

6a De twee zijkanten hebben oppervlakte $65 \times 40 = 2600$ cm^2. $2 \times 2600 = 5200$ cm^2
De oppervlakte van de voorkant is
$2 \times 40 \times 10 + 20 \times 10 = 1000$ cm^2.
De achter- en voorkant zijn gelijk, dus $2 \times 1000 = 2000$ cm^2
De vijf stukjes boven hebben oppervlakte
$10 \times 65 + 15 \times 65 + 20 \times 65 + 15 \times 65 + 10 \times 65 = 4550$ cm^2

Ook de onderaan zitten stukken met gelijke oppervlakte $2 \times 4550 = 9100$ cm^2
De totale oppervlakte is $5200 + 2000 + 9100 = 16\,300$ cm^2.
Dat is gelijk aan $16\,300 : 100 : 100 = 1{,}63$ m^2.
Er moet 1,63 m^2 hout geolied worden.

b Je kunt de H beschouwen als een balk waar twee even grote balken uitgesneden zijn.
De grote balk is 40 cm bij 40 cm bij 65 cm.
De oppervlakte van de bodem is $40 \times 40 = 1600$ cm^2.
De inhoud van de grote balk is $1600 \times 65 = 104\,000$ cm^3.
Een uitgezaagde balk is 20 cm bij 15 cm bij 65 cm.
De oppervlakte van de bodem is $20 \times 15 = 300$ cm^2.
De inhoud daarvan is $300 \times 65 = 19\,500$ cm^3.
De twee uitgezaagde balken hebben samen een inhoud van $2 \times 19\,500 = 39\,000$ cm^3.
De inhoud van de H is $104\,000 - 39\,000 = 65\,000$ cm^3.

7a De oppervlakte van de voorkant is de oppervlakte van een vierkant van 60 cm bij 60 cm min de oppervlakte van een halve cirkel met straal $50 : 2 = 25$ cm.
De oppervlakte van het vierkant is $60 \times 60 = 3600$ cm^2.
De oppervlakte van de halve cirkel met straal 25 cm is $25 \times 25 \times \pi : 2 \approx 982$ cm^2.
De oppervlakte van de voorkant is $3600 - 982 = 2618$ cm^2.

b Het gestippelde vlak kun je uitvouwen tot een rechthoek.
De breedte van de rechthoek is 60 cm.
De lengte van de rechthoek is gelijk aan de omtrek van de halve cirkel met diameter 50 cm. Deze lengte is gelijk aan $\pi \times 50 : 2 = 78{,}53...$
De oppervlakte van de rechthoek is $60 \times 78{,}53... \approx 4712$ cm^2.
De oppervlakte van het gestippelde vlak is 4712 cm^2.

c De inhoud is de inhoud van een kubus met ribben van 60 cm min de inhoud van een halve cilinder met straal 25 cm en hoogte 60 cm.
De kubus heeft een bodem met oppervlakte $60 \times 60 = 3600$ cm^2.
De inhoud van de kubus is $3600 \times 60 = 216\,000$ cm^3.
De bodem van de halve cilinder heeft oppervlakte $25 \times 25 \times \pi : 2 = 981{,}74...$ cm^2.
De inhoud van de halve cilinder is $981{,}74... \times 60 \approx 58\,905$ cm^3.
De inhoud van de getekende figuur is $216\,000 - 58\,905 = 157\,095$ cm^3.

8a Een waxinelichtje heeft de vorm van een cilinder met straal 2,5 cm en hoogte 2 cm.
De oppervlakte van de bodem van een waxinelichtje is $2{,}5 \times 2{,}5 \times \pi = 19{,}63...$ cm^2.
De inhoud van een waxinelichtje is $19{,}63... \times 2 \approx 39{,}3$ cm^3.

b Er passen op de bodem $5 \times 5 = 25$ waxinelichtjes. Er kunnen $6 : 2 = 3$ lagen op elkaar.
Er gaan $25 \times 3 = 75$ waxinelichtjes in de doos.

c De doos heeft een bodem met oppervlakte $25 \times 25 = 625$ cm^2.
De inhoud van de doos is $625 \times 6 = 3750$ cm^3.

d De inhoud van één waxinelichtje is 39,3 cm^3. Er passen 75 waxinelichtjes in de doos.
Die nemen $75 \times 39{,}3 \approx 2948$ cm^3 ruimte in. De inhoud van de doos is 3750 cm^3.
Er zit $3750 - 2948 = 802$ cm^3 lucht in de doos.